

# ШКОЛА MATLAB. Виртуальные лаборатории устройств силовой электроники в среде MATLAB+Simulink

## Урок 23. Многовариантный анализ вентильного электропривода с бесконтактным двигателем постоянного тока

В данной статье рассмотрен многовариантный анализ бесконтактного двигателя постоянного тока (БДПТ) в составе вентильного электропривода, который представляет собой систему с дискретно изменяющейся структурой. Всесторонний анализ такой системы осуществляется в программной среде MATLAB+Simulink за счет построения моделей с различным уровнем детализации. Разработанные модели позволяют осуществить моделирование и сравнить полученные результаты и, тем самым, оценить адекватность различных представлений описываемой системы. Многовариантный анализ позволяет в дальнейшем обоснованно осуществить проектирование электропривода на заданные статические и динамические характеристики, переходя от упрощенного математического представления к более точным методикам.

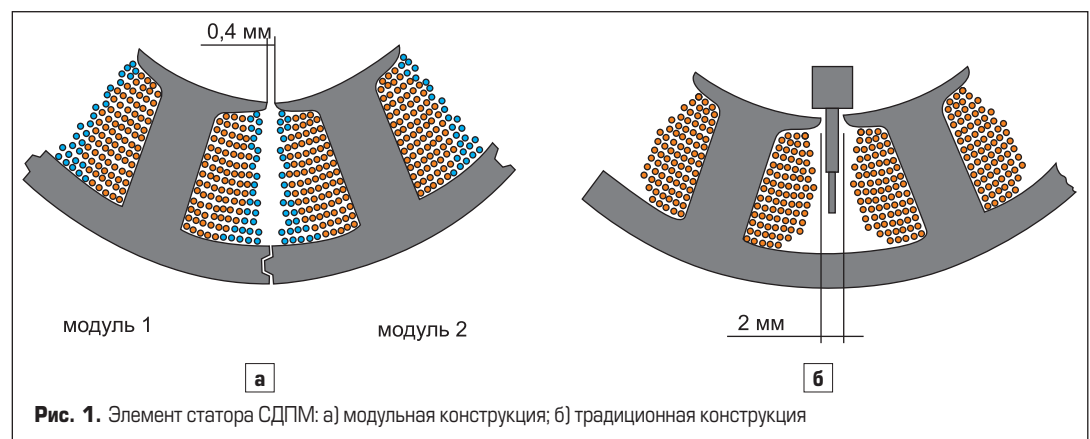
Сергей Герман-Галкин,  
д. т. н., профессор

germangalkin@gmail.com

### Введение

В соответствии с терминологией, принятой в отечественной литературе, синхронный двигатель с постоянными магнитами на роторе (СДПМ, в англоязычной версии — Permanent Magnet Synchronous Machine,

PMSM), включенный в замкнутую систему с датчиком положения ротора (ДПР) и силовым полупроводниковым преобразователем (СПП), называется вентильным двигателем (ВД) [3, 5, 7]. Обмотка статора СДПМ выполняется в двух вариантах: сосредоточенная (рис. 1а) и распределенная (рис. 1б) обмотки.



В варианте с сосредоточенной обмоткой СДПМ может быть реализован в модульном конструктивном исполнении [2], что позволяет:

- существенно упростить технологию изготовления двигателя;
- значительно (на 20–30%) увеличить коэффициент заполнения обмотки;
- без изменения конструкции простым переключением обмоток модулей использовать двигатель на различные напряжения;
- обеспечить простой ремонт двигателя;
- исключить лобовые части обмоток.

В варианте с распределенной обмоткой магнитное поле в рабочем зазоре двигателя распределено по практически гармоническому закону и при синусоидальном управлении позволяет осуществить его математическое описание во вращающихся координатах системой аналитически разрешимых дифференциальных уравнений [3].

При наличии сосредоточенных обмоток магнитное поле в рабочем зазоре двигателя распределено по трапецеидальному закону, что требует формирования прямоугольных токов в фазных обмотках двигателя длительностью в 120 эл. град. [5]. Формирование прямоугольной формы токов в обмотках в свою очередь требует применения замкнутых токовых контуров. Таким образом, особенность конструкции обмотки двигателя вызывает специальные требования к построению, управлению и анализу вентильного электропривода (ВЭП).

ВД с сосредоточенной обмоткой на статоре в отечественной литературе назван бесконтактным двигателем постоянного тока (БДПТ), а в англоязычной версии его обозначают как Brushless Direct Current (BLDC).

**Многовариантные структуры БДПТ и их анализ**

Математическое описание БДПТ в фазовых координатах может быть представлено в виде:

$$u_k = r_k i_k(\theta_m) + L_k \frac{di_k(\theta_m)}{dt} + \psi_{0k}(\theta_m)\omega, \quad M_k = \psi_{0k}(\theta_m) i_k(\theta_m),$$

$$M = p \sum_1^m M_k, \quad \frac{d\omega_m}{dt} = \frac{1}{J}(M - M_H), \quad \frac{d\theta_m}{dt} = \omega_m, \quad \omega = p\omega_m, \quad (1)$$

где:  $u_k, i_k(\theta_m), \psi_{0k}(\theta_m), M_k$  — мгновенные напряжение, ток, потокосцепление и электромагнитный момент  $k$ -ой фазы;  $r_k, L_k$  — сопротивление и индуктивность  $k$ -ой фазы;  $\omega, \omega_m$  — угловая частота напряжения (тока) в фазе

и угловая скорость вращения вала двигателя;  $M, M_H$  — суммарный электромагнитный момент и момент нагрузки на валу двигателя;  $J, p$  — момент инерции на валу двигателя и число пар полюсов.

При трапецеидальных зависимостях потокосцепления и, соответственно, прямоугольных зависимостях требуемого тока БДПТ представляет собой систему с дискретно изменяющейся структурой, что приводит к необходимости решения системы уравнений (1) на интервалах, где структура системы остается постоянной, с последующим «сшиванием» решений.

В связи с этим предпочтительным методом анализа БДПТ на базе уравнений (1) является компьютерное моделирование, поскольку в модели могут быть реализованы отмеченные зависимости.

Приблизительные решения могут быть получены на основании различных упрощений, основные из которых следующие:

- описание БДПТ при токовом управлении;
- описание БДПТ при представлении потокосцеплений и токов их первыми гармониками;
- описание БДПТ эквивалентным магнитоэлектрическим двигателем постоянного тока.

Далее описаны структуры БДПТ, соответствующие всем перечисленным методам его представления, разработаны модели, осуществлен их анализ и проведено сравнение полученных результатов. Исследования осуществлены для двигателя, параметры которого приведены в таблице 1.

В дальнейшем многовариантное представление БДПТ рассматривается в составе ВЭП, с релейными регуляторами токов в фазах двигателя и пропорциональным регулятором скорости ( $K = 50$ ).

**Модельное исследование БДПТ в среде MATLAB+Simulink в фазовых координатах по уравнениям (1)**

На рис. 2 приведена модель электропривода с БДПТ, построенная по системе уравнений (1). Модель содержит:

- ДПР с формирователем единичных трапецеидальных и прямоугольных функций для управления потокосцеплением и током в каждой фазе БДПТ (блок Position Sensor);

Таблица 1. Параметры БДПТ.

Параметры СДПМ	$u_k^*$	$r_k$	$L_k$	$\psi_k$	$J$	$p$	$m$
Значение	600 В	1,5 Ом	5,33 мГн	0,26 Вc	0,05 кгм <sup>2</sup>	6	3

Примечание: \*напряжение источника питания СПП.

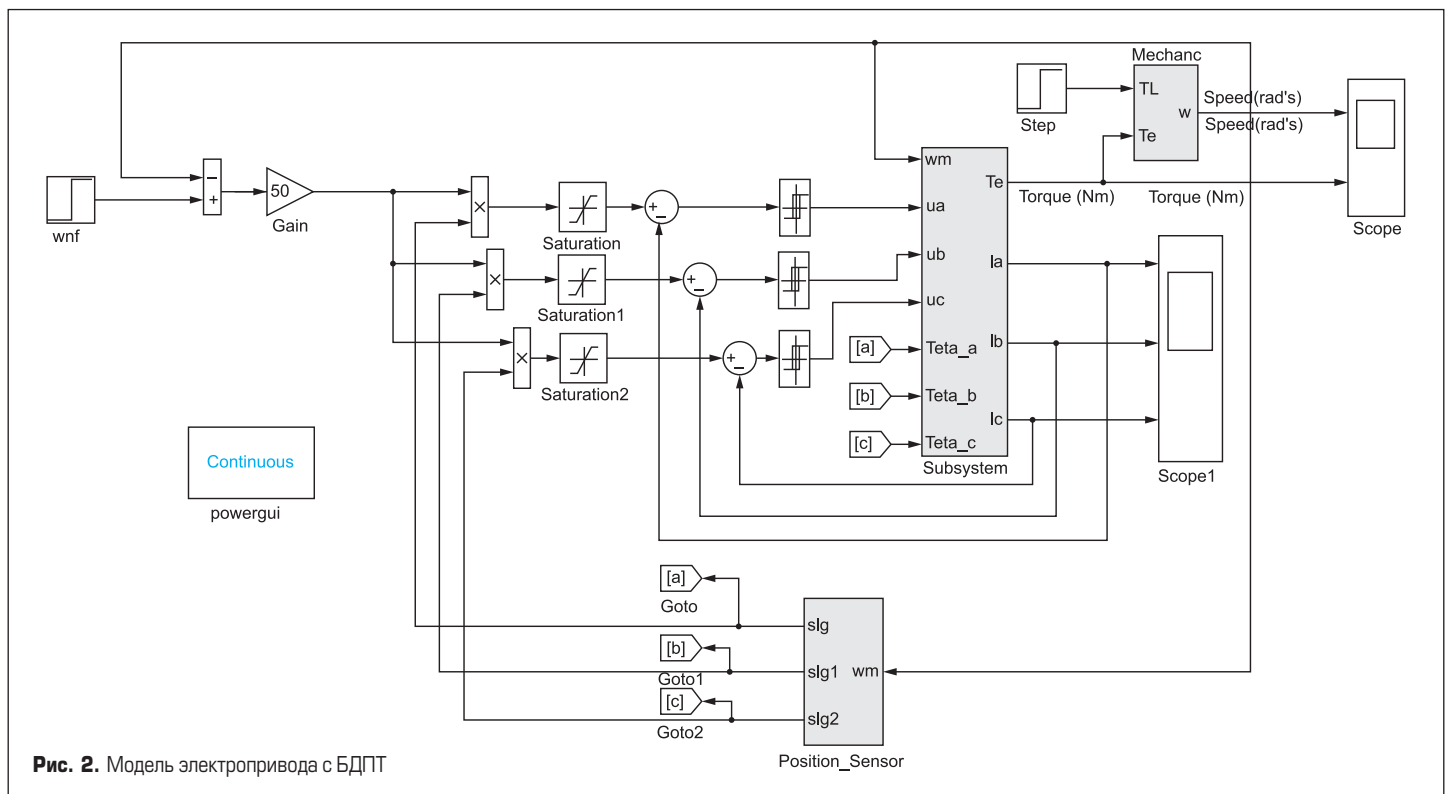
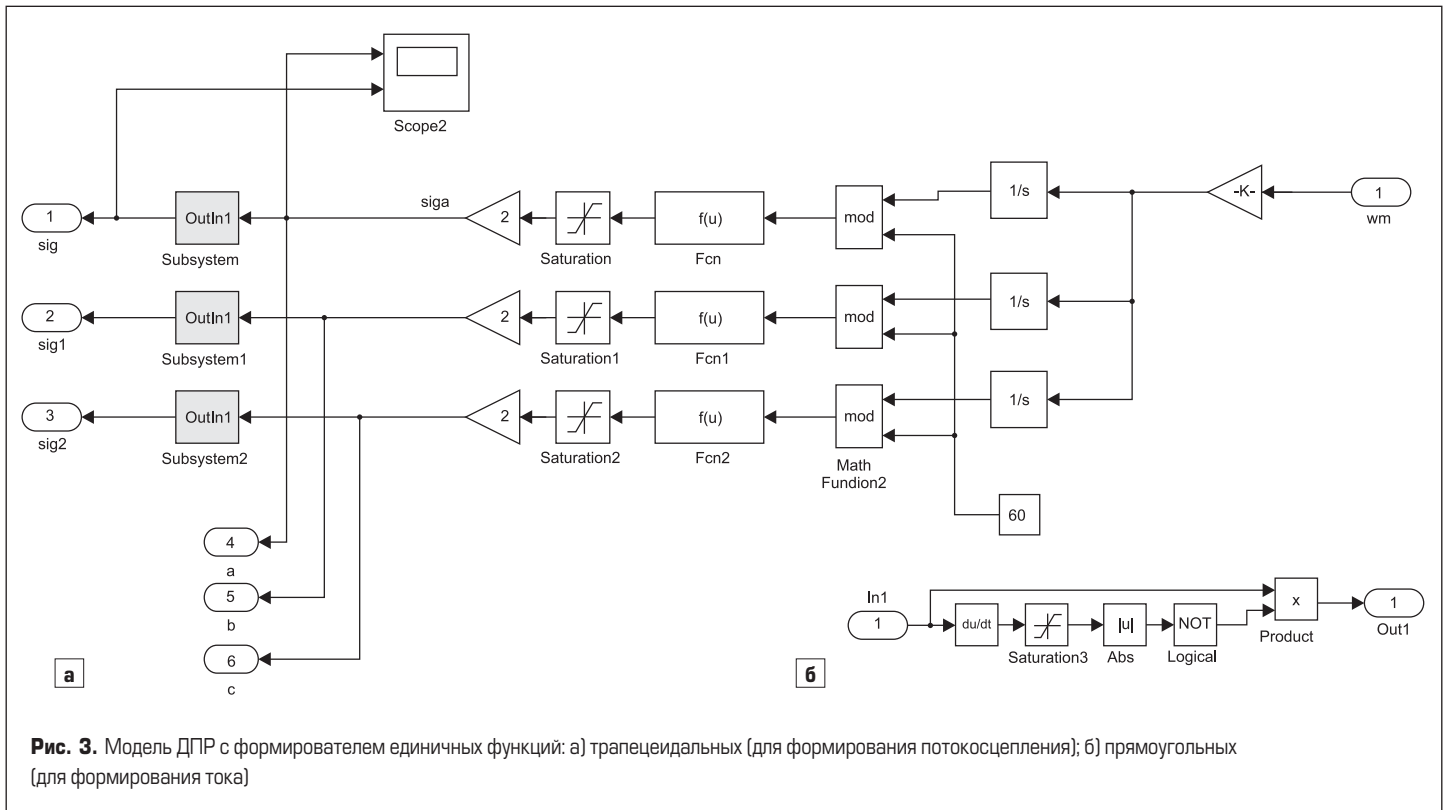


Рис. 2. Модель электропривода с БДПТ

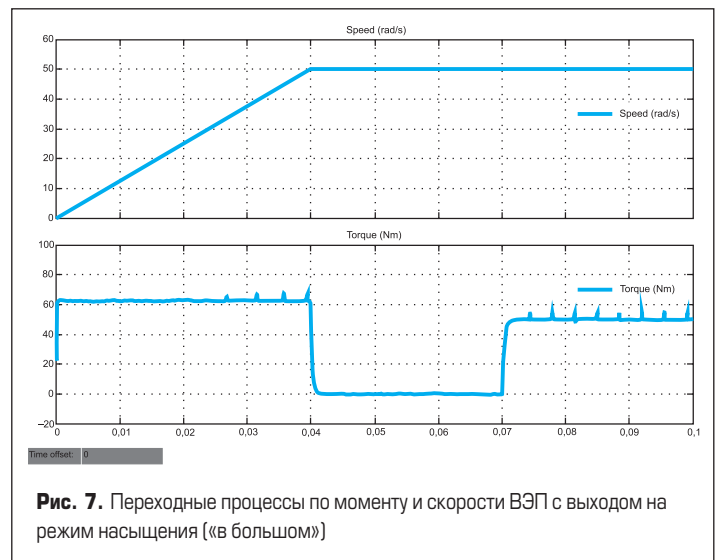
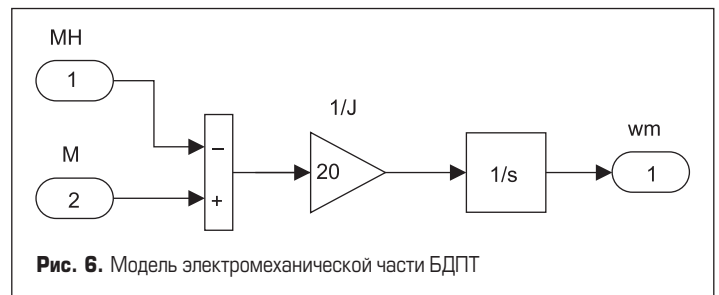
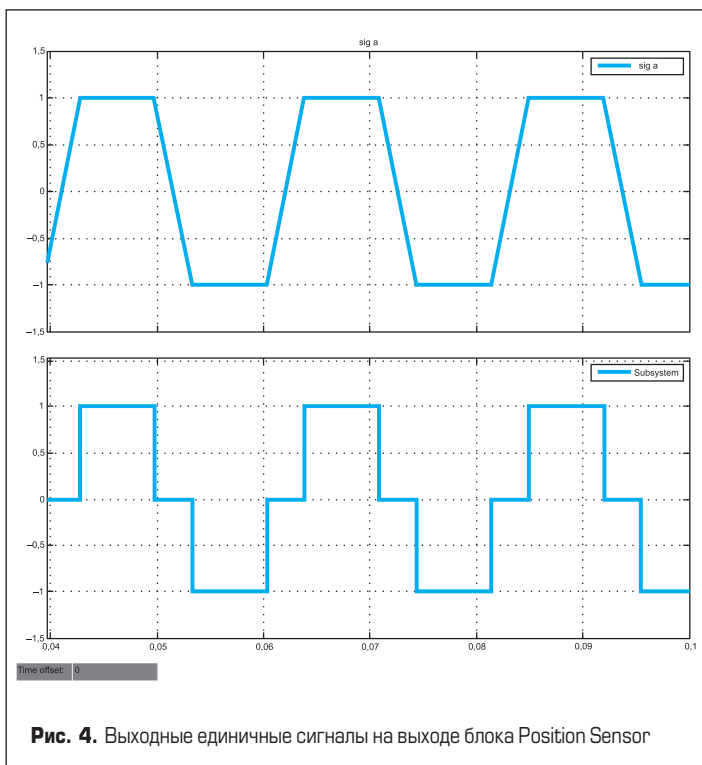


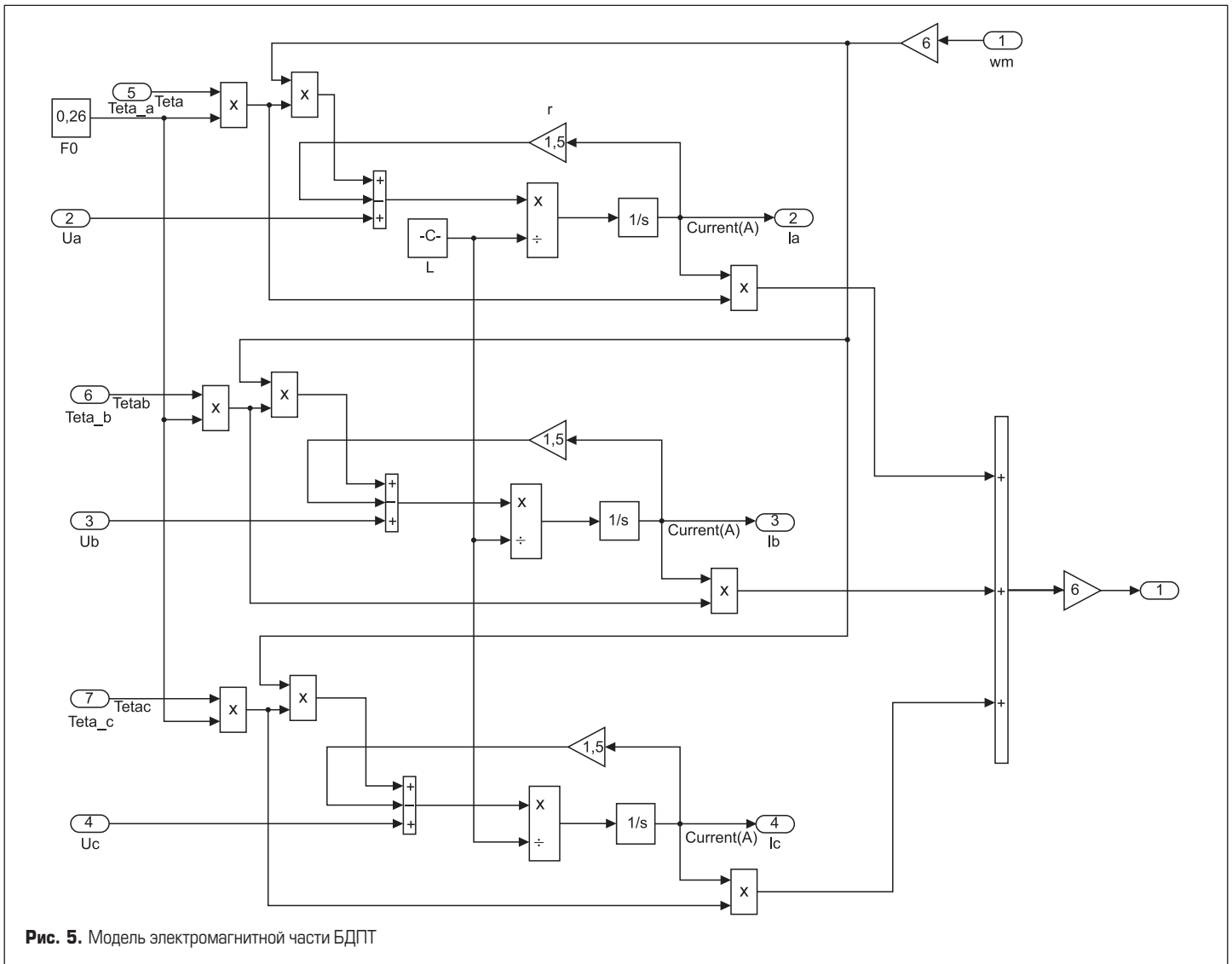
- ограничители и релейные регуляторы токов в фазах двигателя;
- блок Subsystem, моделирующий электромагнитные процессы;
- блок Mechanic, моделирующий электромеханические процессы в двигателе.

Модель ДТР с формирователем единичных трапецидальных (для формирования потокосцепления) и прямоугольных (для формирования тока) функций приведена на рис. 3а. Прямоугольные единичные импульсы формируются в блоках Subsystem, Subsystem1, Subsystem2, модель одного из них показана на рис. 3б.

Выходные сигналы блока ДТР в установившемся режиме для фазы А показаны на рис. 4. Выходные трапецидальные единичные функции на выходных портах а, b, с в блоке Subsystem (рис. 2), представляющем модель электромагнитной части БДПТ, умножаются

на заданное значение потокосцепления. Выходные прямоугольные единичные функции на выходных портах sig, sig1, sig2, будучи умноженные на сигнал с выхода регулятора скорости (рис. 2), являются задающими сигналами на формирование напряжений на фазах двигателя. Для формирования токов в фазах двигателя эти сигналы сравниваются с реальными токами на входах релейных регуляторов с гистерезисом, что обеспечивает скользящий режим по току (так называемый «токовый коридор») [1, 6]. В блоке Subsystem, модель которого приведена на рис. 5, реализуются три первых уравнения

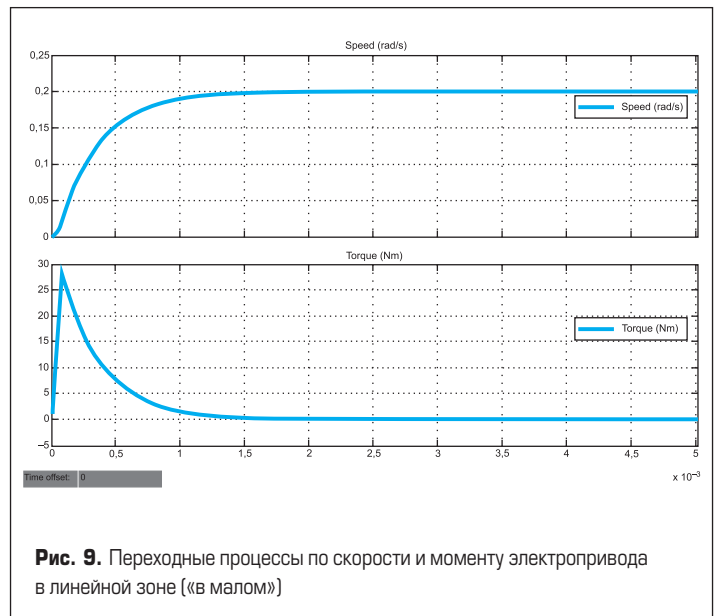
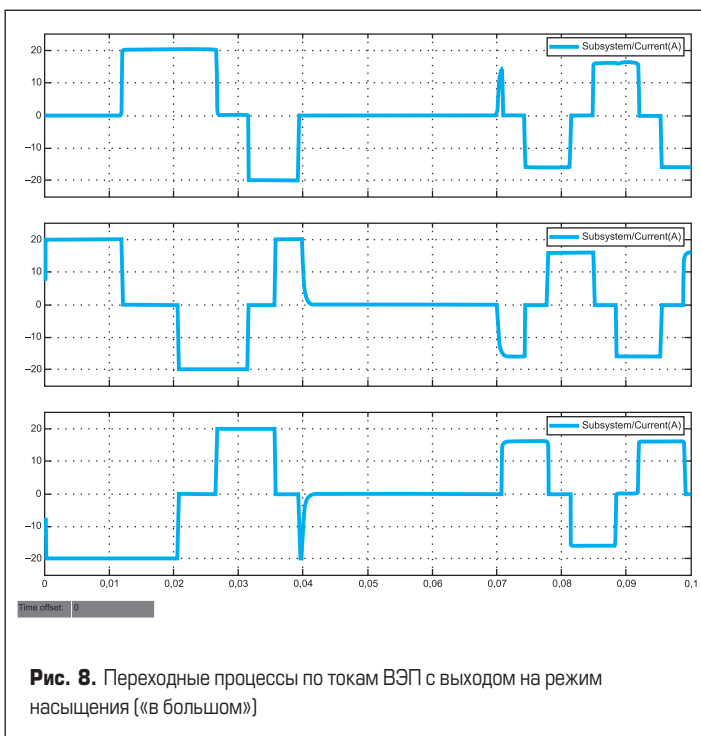




системы (1). Два последних уравнения системы (1), описывающих электромеханическую часть БДПТ, реализованы в блоке Mechanic, модель которого показана на рис. 6.

На осциллограммах, приведенных на рис. 7 и 8, представлены переходные процессы по скорости, моменту и токам в фазах БДПТ при пуске электропривода с выходом на насыщение («в большом») и поддержание скорости в режиме холостого хода с последующим набросом момента нагрузки.

Динамика электропривода в линейной зоне («в малом») представлена переходным процессом по управлению на рис. 9.



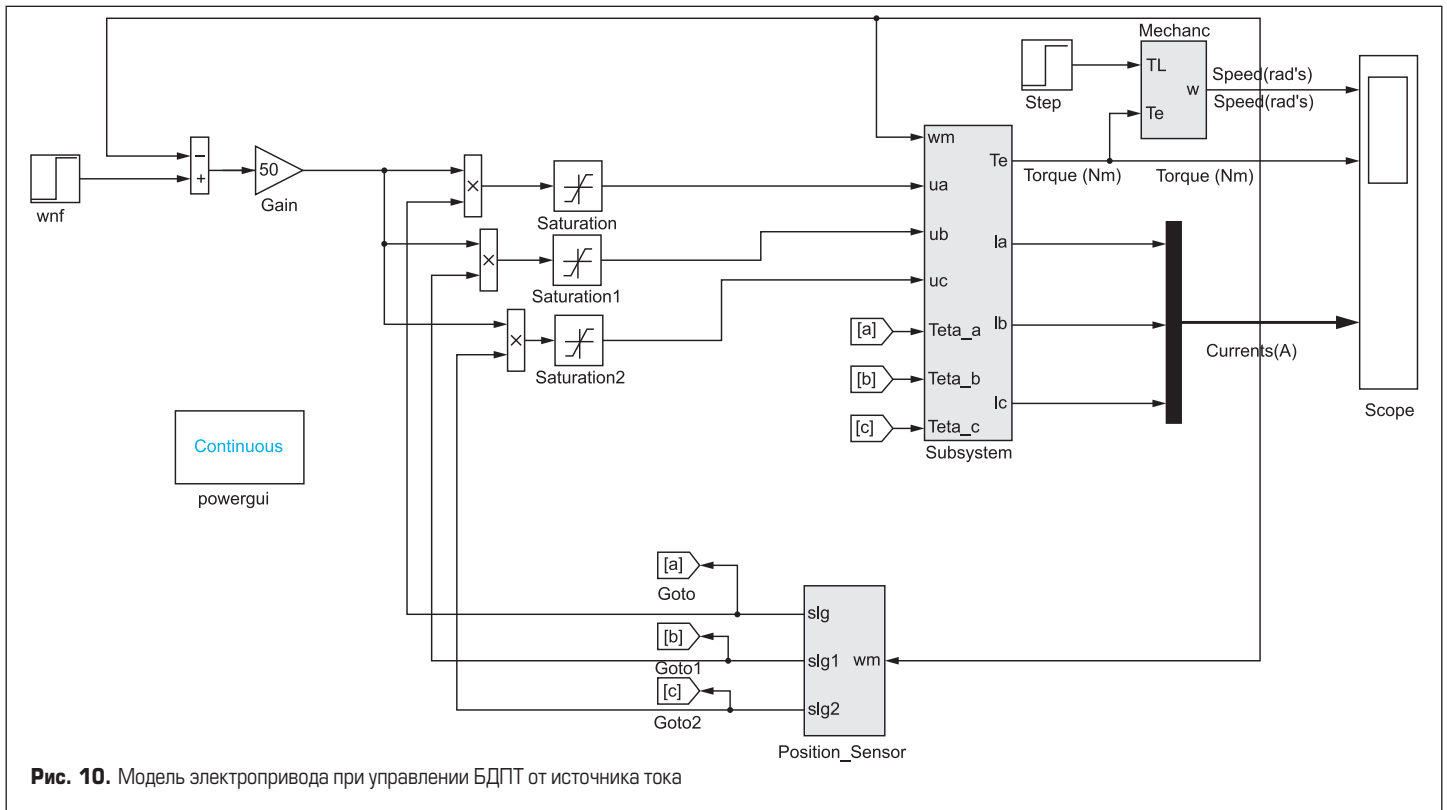


Рис. 10. Модель электропривода при управлении БДПТ от источника тока

**Модельное исследование электропривода в среде MATLAB+Simulink при управлении БДПТ от источника тока**

Если сформированные в релейных регуляторах токи в фазах двигателя считать заданными, то математическое описание БДПТ (1) можно упростить и представить в виде:

$$M_k = \Psi_{ok}(\theta_m) i_k(\theta_m),$$

$$M = p \sum_1^m M_k, \frac{d\omega_m}{dt} = \frac{1}{J} (M - M_H), \frac{d\theta_m}{dt} = \omega_m, \omega = p\omega_m. \quad (2)$$

В этом случае модель электропривода преобразуется к виду, показанному на рис. 10. Электромагнитная часть БДПТ при таком управлении также упрощается, ее модель показана на рис. 11. Переходные и установившиеся процессы в электроприводе показаны на рис. 12 и 13. Сравнивая результаты моделирования электромагнитных и электромеханических процессов «в большом» в строгой и упрощенной модели, следует отметить их до-

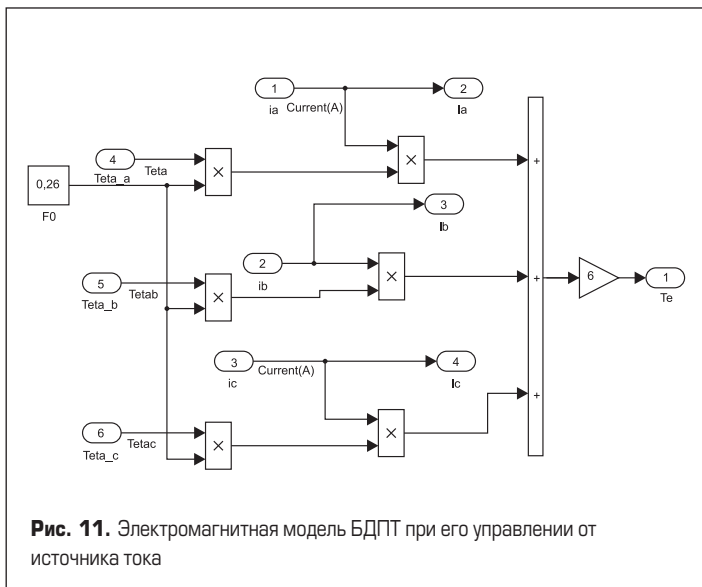


Рис. 11. Электромагнитная модель БДПТ при его управлении от источника тока

статочную близость. Различие наблюдается лишь в характере пульсаций момента, которая имеет место на фронтах задающих импульсов тока.

В линейной зоне («в малом») (рис. 14) различаются переходные процессы по моменту, т. к. при управлении от источника тока ток выступает как задающий сигнал, что исключает переходный электромагнитный процесс в двигателе.

**Модельное исследование электропривода в среде MATLAB+Simulink при представлении потокосцепления и тока БДПТ первой гармоникой**

При разложении трапецеидальных (потокосцепления) и прямоугольных (токи) импульсов в ряд Фурье переменные состояния двигателя становятся синусоидальными функциями времени. В этом случае, при учете только первой гармоники в разложении, математическое

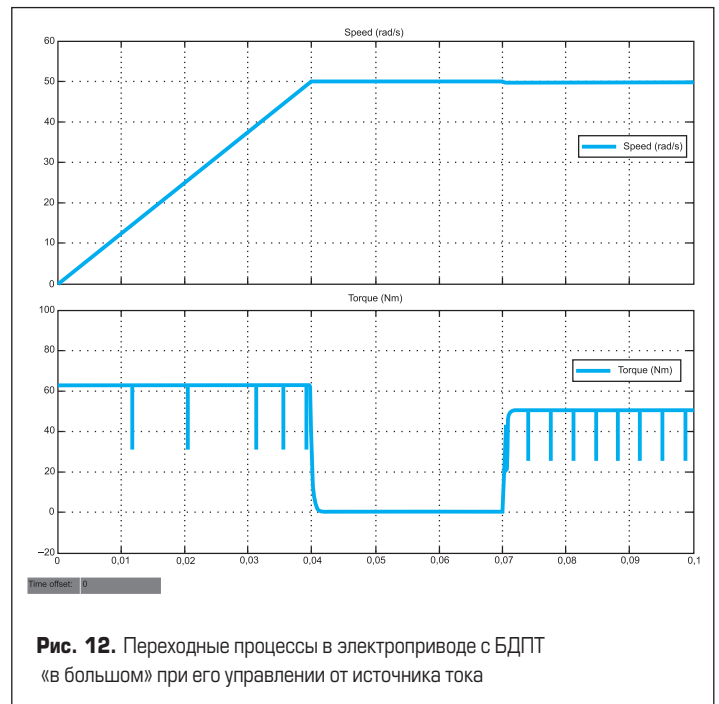


Рис. 12. Переходные процессы в электроприводе с БДПТ «в большом» при его управлении от источника тока

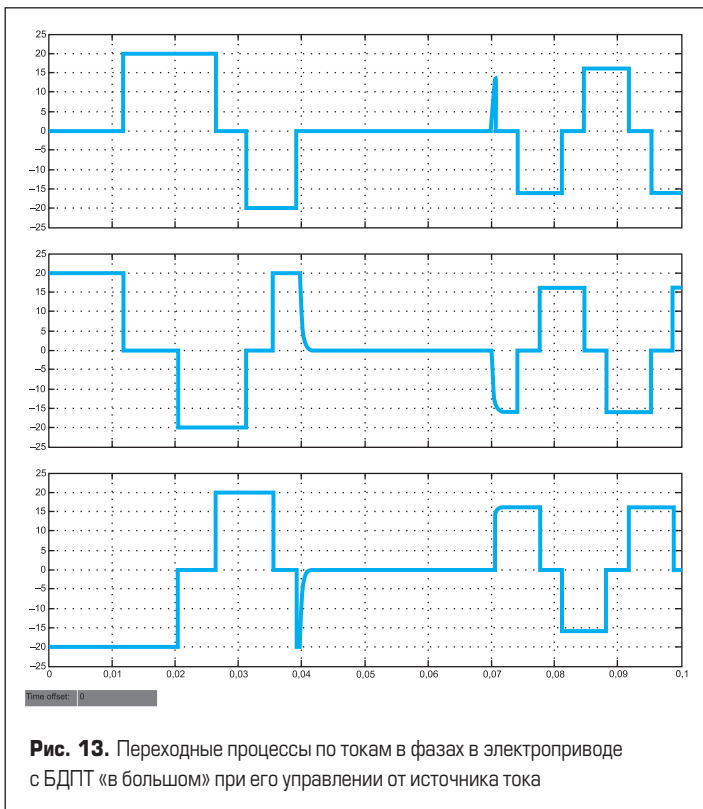


Рис. 13. Переходные процессы по токам в фазах в электроприводе с БДПТ «в большом» при его управлении от источника тока

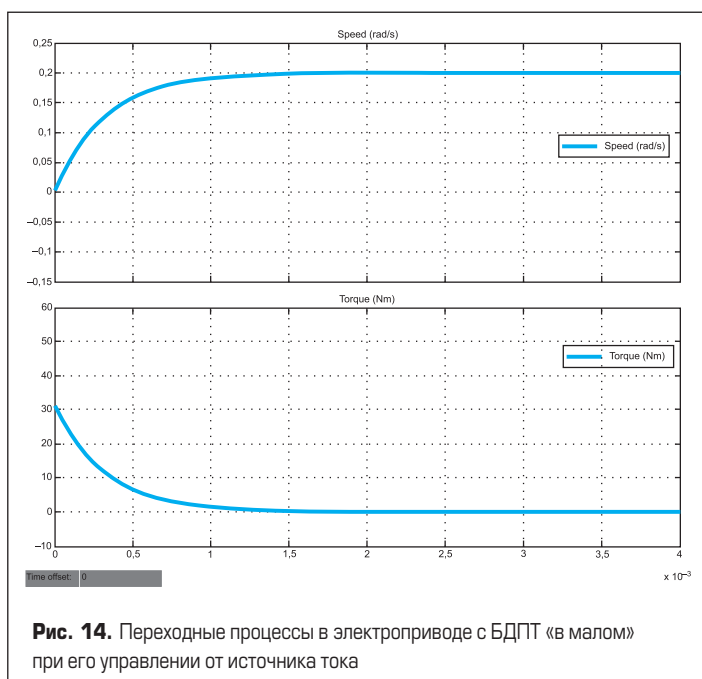


Рис. 14. Переходные процессы в электроприводе с БДПТ «в малом» при его управлении от источника тока

описание БДПТ осуществляется так же, как для вентильного двигателя во вращающейся системе координат [3]:

$$0 = R_1 I_d + L_1 \frac{dI_d}{dt} - \omega L_1 I_q, \quad U_1 = R_1 I_q + L_1 \frac{dI_q}{dt} + \omega L_1 I_d + k_{av} \Psi_0 \omega,$$

$$M = p \frac{m}{2} k_{av} \Psi_0 k_{ai} I_q, \quad \frac{d\omega_m}{dt} = \frac{1}{J} (M - M_H), \quad \frac{d\theta_m}{dt} = \omega_m, \quad \omega = p \omega_m, \quad (3)$$

где:  $U_1, I_d, I_q, \Psi_0$  — фазные амплитудные значения переменных состояний;  $R_1, L_1$  — сопротивление и индуктивность фазы статора;  $m$  — число фаз;  $k_{ai}, k_{av}$  — коэффициенты амплитуды тока и потокосцепления, равные:  $k_{ai} = 1,11, k_{av} = 1,22$ . Модель вентильного электропривода при представлении потокосцепления и тока БДПТ первой гармоникой, составленной по системе уравнений (3) с аналогичными предыдущему регуляторами тока и скорости, приведена на рис. 15. Результаты моделирования переходного процесса по моменту и скорости «в большом» и «малом» представлены на рис. 16 и 17. Сравнивая представленные результаты с ранее получен-

ными, можно оценить возможность приведенного математического представления БДПТ.

Математическое описание БДПТ уравнениями (3) имеет то преимущество, что позволяет найти в явном виде передаточную функцию двигателя по управлению и выявить некоторые качественные свойства динамики двигателя. Передаточная функция двигателя находится при преобразовании уравнений (3) и записывается в виде:

$$W(s) = \frac{\omega_m(s)}{U_1(s)} = \frac{1/k_{av} \Psi_0}{a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0}, \quad (4)$$

в которой коэффициенты определяются из ниже приведенных выражений:

$$a_3 = \frac{J \times L_1^2}{1,5 p^2 k_{av}^2 \Psi_0^2 R_1}, \quad a_2 = \frac{2J \times L_1}{1,5 p^2 k_{av}^2 \Psi_0^2},$$

$$a_1 = \frac{J \times R_1}{1,5 p^2 k_{av}^2 \Psi_0^2} + \frac{J \times (\omega L_1)^2}{1,5 p^2 k_{av}^2 \Psi_0^2 R_1} + \frac{L_1}{R_1}, \quad a_0 = 1. \quad (5)$$

Уравнения (4, 5) позволяют выявить влияние переменных состояния двигателя на его динамические свойства. Это влияние объясняется зависимостью коэффициента  $a_1$  при первой производной от скорости. Производная от скорости, как это видно из уравнений (3), пропорцио-

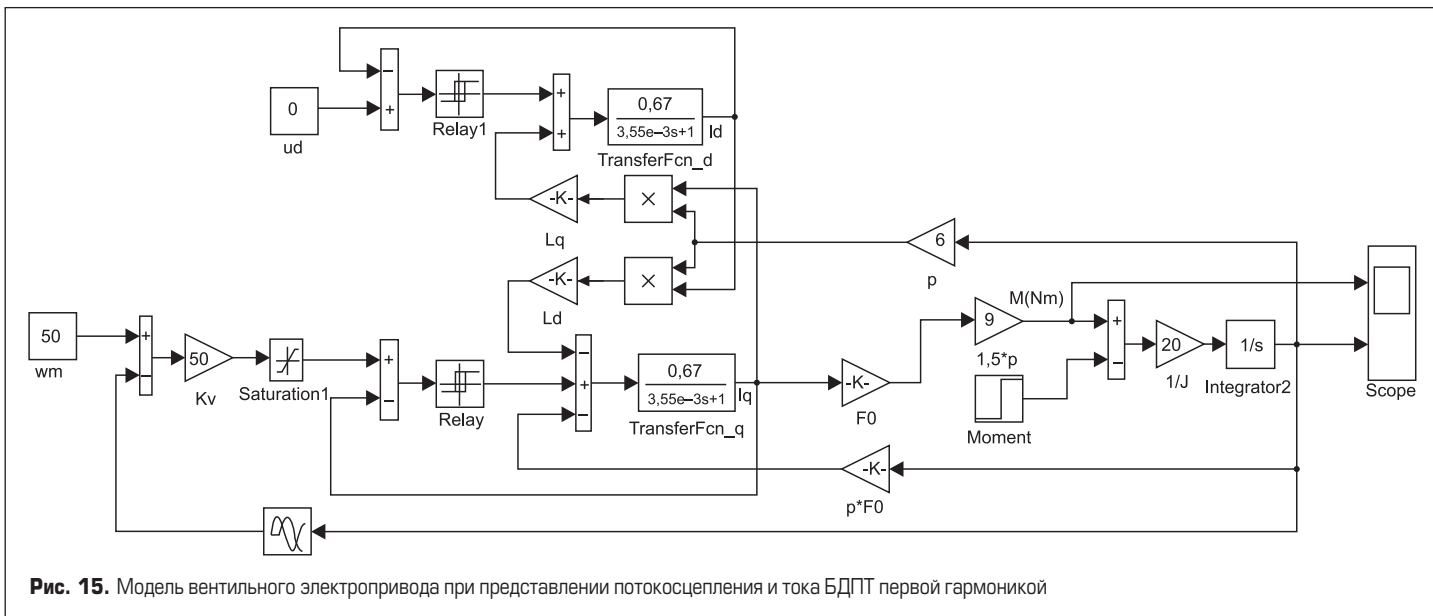
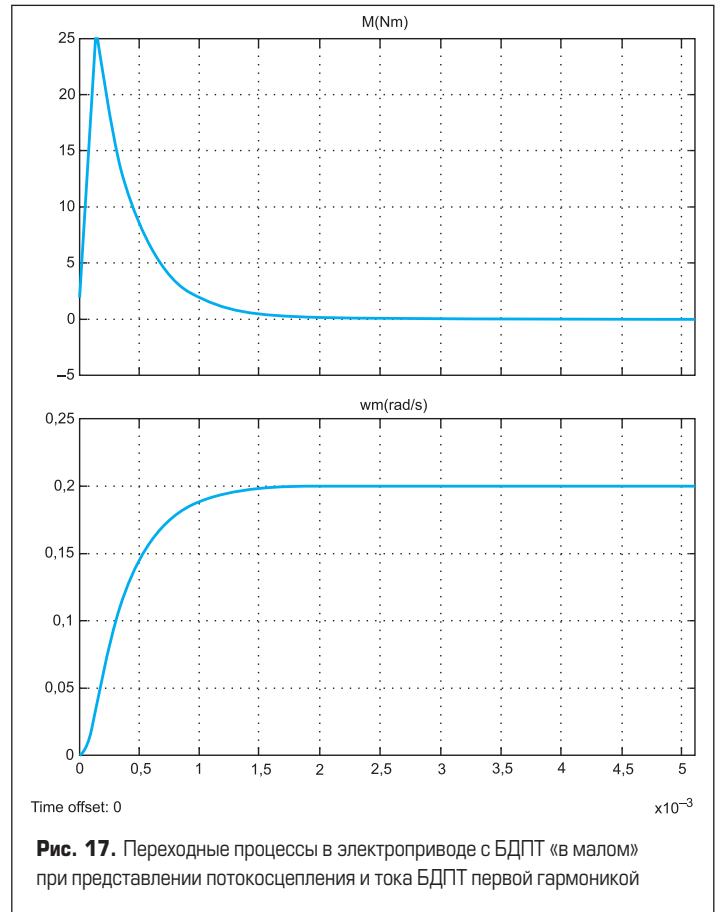
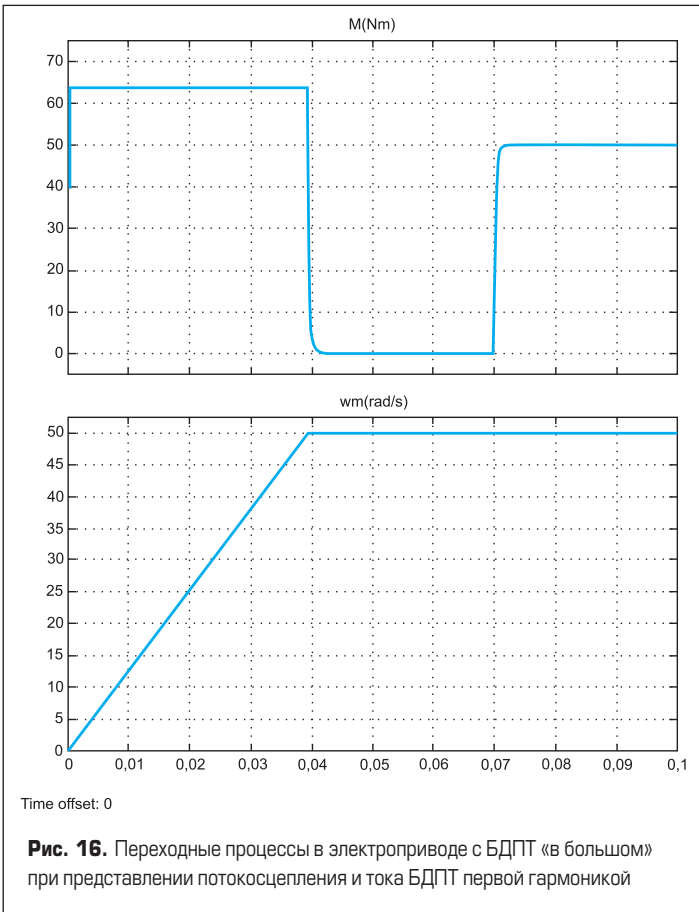
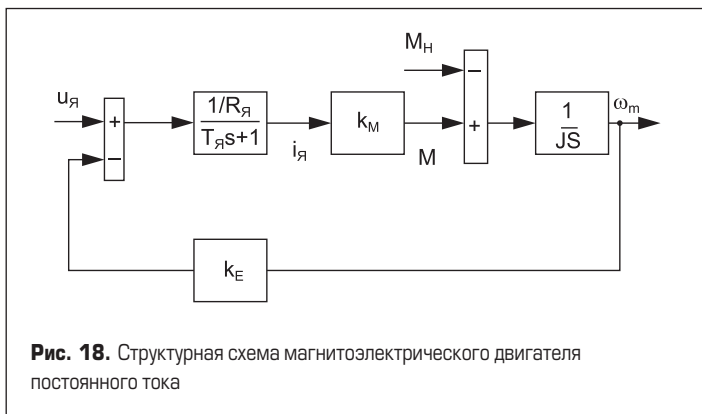


Рис. 15. Модель вентильного электропривода при представлении потокосцепления и тока БДПТ первой гармоникой



нальна моменту, что свидетельствует о влиянии момента на динамические характеристики двигателя. Еще одним преимуществом математического описания БДПТ (3) является то обстоятельство, что оно позволяет получить замкнутые уравнения для расчета электромагнитных и механических характеристик двигателя в установившемся режиме [3].



**Модельное исследование электропривода в среде MATLAB+Simulink заменой БДПТ эквивалентным двигателем постоянного тока**

При представлении БДПТ эквивалентным магнитоэлектрическим двигателем постоянного тока (МДПТ) математическое описание последнего имеет вид:

$$u_{я} = L_{я} \frac{di_{я}}{dt} + R_{я} i_{я} + e_{я}, \quad J \frac{d\omega_m}{dt} = M - M_H,$$

$$e_{я} = p\Psi_0 \omega_m = k_E \omega_m, \quad M = p\Psi_0 i_{я} = k_M i_{я}.$$

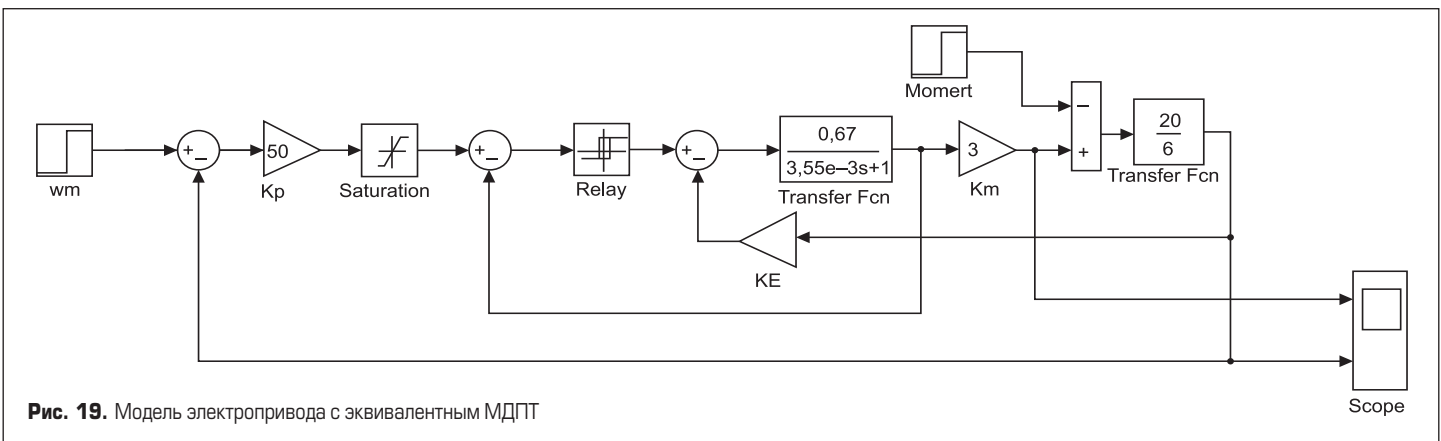
(6)

Структурная схема МДПТ, построенная по уравнениям (6), показана на рис. 18.

Параметры этой структурной схемы рассчитаем путем сравнения с математическим описанием при представлении потокоцепления и тока БДПТ первой гармоникой. В этом случае параметры МДПТ определяются из приведенных ниже зависимостей:

$$R_1 = R_{я}, L_1 = L_{я}, k_E = p k_{ав} \Psi_0, k_M = 1,5 p k_{ав} k_{ai} \Psi_0.$$

(7)



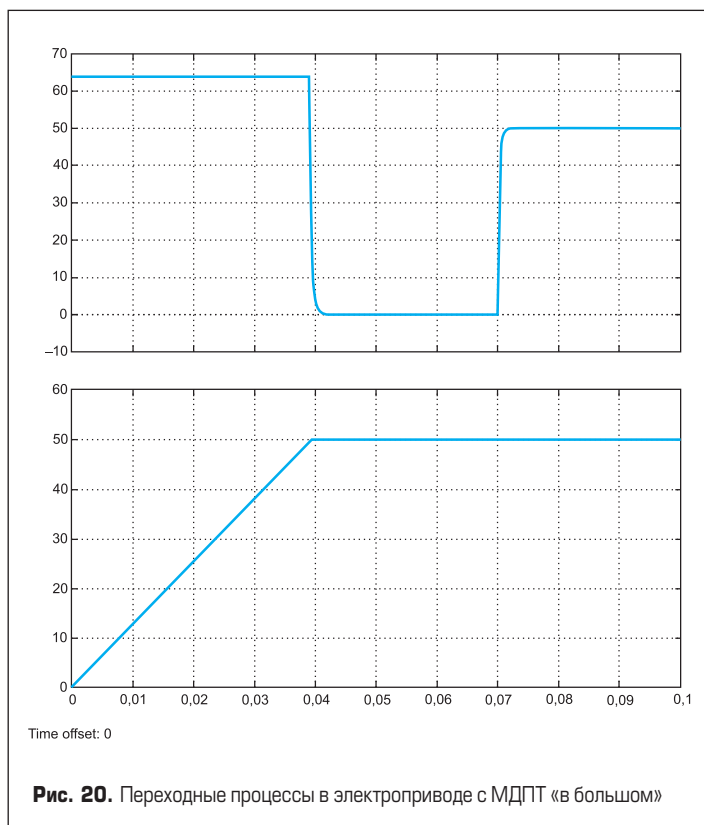


Рис. 20. Переходные процессы в электроприводе с МДПТ «в большом»

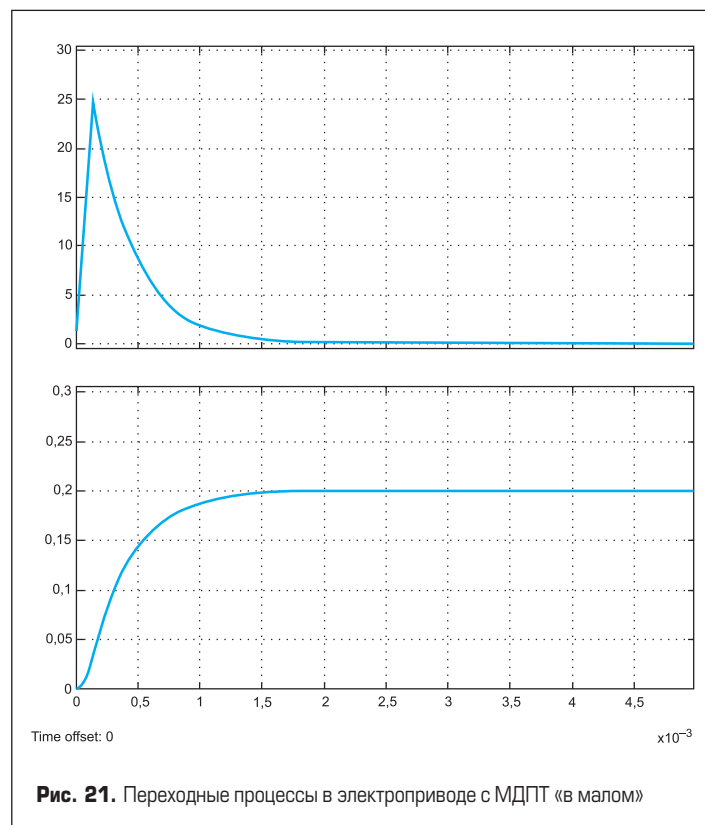


Рис. 21. Переходные процессы в электроприводе с МДПТ «в малом»

Модель электропривода с эквивалентным МДПТ, с релейным токовым контуром и пропорциональным регулятором скорости, построенная по уравнениям (6), приведена на рис. 19, а аналогичные предыдущим примерам переходные процессы в электроприводе — на рис. 20 и рис. 21.

Математическое представление БДПТ эквивалентным МДПТ в уравнении (6) позволяет получить замкнутые выражения для передаточной функции и электромеханических характеристик двигателя в установившемся режиме [3].

### Закключение

Многовариантное моделирование вентильного электропривода показало достаточную адекватность всех рассмотренных вариантов представления БДПТ. При представлении потокосцепления и тока БДПТ первой гармоникой, а также при замене эквивалентным МДПТ удается получить замкнутые выражения для переходных и установившихся процессов в БДПТ и на этой базе исследовать электромеханические процессы и осуществить предварительный структурный и параметрический синтез электропривода. Однако «чистовая доводка» спроектированного электропривода должна осуществляться с использованием строгой модели БДПТ в фазовых координатах.

### Литература

1. Бродовский В. Н., Иванов Е. С. Приводы с частотно-токовым управлением. М.: Энергия, 1974.
2. Бормотов А. В. Модульная электрическая машина и мехатронная система на ее основе. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. ФГБОУ ВО СПбГМТУ, 2017.
3. Герман-Галкин С. Г. MATLAB+Simulink: проектирование мехатронных систем. СПб: Корона-Век, 2008.
4. Дьяконов В. П. Многовариантное моделирование силовых устройств в MATLAB+Simulink // Силовая электроника. 2011. № 1.
5. Овчинников И. Е. Вентильные электрические двигатели и привод на их основе (курс лекций). СПб: Корона-Век, 2006.
6. Слежановский О. В., Дацковский Л. Х., Кузнецов И. С., Лебедев Е. Д., Тарасенко Л. М. Системы подчиненного регулирования электропривода переменного тока с вентильными преобразователями. М: Энергоатомиздат, 1983.
7. Соколовский Г. Г. Электроприводы переменного тока с частотным управлением. М: Академия, 2006.
8. Черных И. В. Simulink — среда создания инженерных приложений. М: ДИАЛОГ-МИФИ, 2004.