

Дискретные структурные динамические модели понижающего импульсного ППН

при модуляции момента включения силового транзистора и двусторонней модуляции

Геннадий Белов

Анализ и синтез устройств силовой электроники невозможен без обоснованных в достаточной мере математических моделей. Для анализа и синтеза силовых преобразователей с замкнутыми системами управления наиболее удобны структурные динамические модели, составленные из стандартных структурных динамических звеньев однонаправленного действия, известных из теории автоматического управления. Поскольку импульсные преобразователи постоянного напряжения (ППН) с замкнутыми системами управления представляют собой нелинейные дискретные системы, наибольшей достоверностью обладают результаты, полученные по дискретным моделям [1, 2]. В работах [1, 2] остались необоснованными линеаризованные дискретные структурные динамические модели при модуляции момента включения силового транзистора импульсного ППН, которые существенно отличаются от моделей, полученных для случая модуляции момента выключения силового транзистора [2]. Модуляция момента включения силового транзистора импульсного ППН, означающая временной сдвиг этого момента, хотя и применяется реже, чем модуля-

ция момента выключения транзистора, представляет как практический, так и значительный теоретический интерес, поскольку достаточно широко реализуется в преобразователях с двусторонней ШИМ, в которых модулируются как момент выключения, так и момент включения силового транзистора [3–5].

В статье предлагается обоснование линеаризованных дискретных структурных динамических моделей понижающего ППН (рис. 1а) при модуляции момента включения силового транзистора и двусторонней модуляции.

При обосновании линеаризованных моделей импульсного ППН будем исходить из обоснованной ранее в [1] нелинейной модели (рис. 1б), составленной из линейных динамических звеньев с передаточными функциями $G(p)$, $Z(p)$ и ключей К1–К3

$$G(p) = \frac{1}{Lp + r}, \quad Z(p) = \frac{R(\tau_c p + 1)}{(R + r_c)Cp + 1}, \quad (1)$$

где: L и r — индуктивность силового дросселя и активное сопротивление цепи дросселя; R — сопротивление нагрузки; r_c — эквивалентное последовательное сопротивление (ЭПС) выходного конденсатора; C — емкость этого конденсатора, $\tau_c = r_c C$ — постоянная времени. Ключи К1–К3 передают сигнал только со входа на выход ключа; под изображением ключа указано время его замкнутого состояния, причем t_1 — длительность включенного состояния силового транзистора, t_c — время спада тока дросселя. Выходной сигнал ключа обозначен так же, как и входной сигнал, но со «звездочкой».

Используется общий метод линеаризации нелинейных систем автоматического управления в окрестности некоторого установившегося режима работы [6]. При этом предполагается, что на систему, работающую в установившемся режиме, извне воздействует малое возмущение (или несколько малых возмущений). В качестве возмущения может служить также изменение начальных условий для описывающих систему дифференциальных уравнений.

Линеаризацию нелинейной дискретной модели (рис. 1б) иллюстрирует рис. 2, на котором в верхней части сплошными линиями показаны кривые сигналов i_L , $u_{\text{вых}}$, $u_{\text{вх}}^*$, $u_{\text{вх}}$, $u_{\text{д.пр}}^*$, $u_{\text{д.пр}}$, действующих в нели-

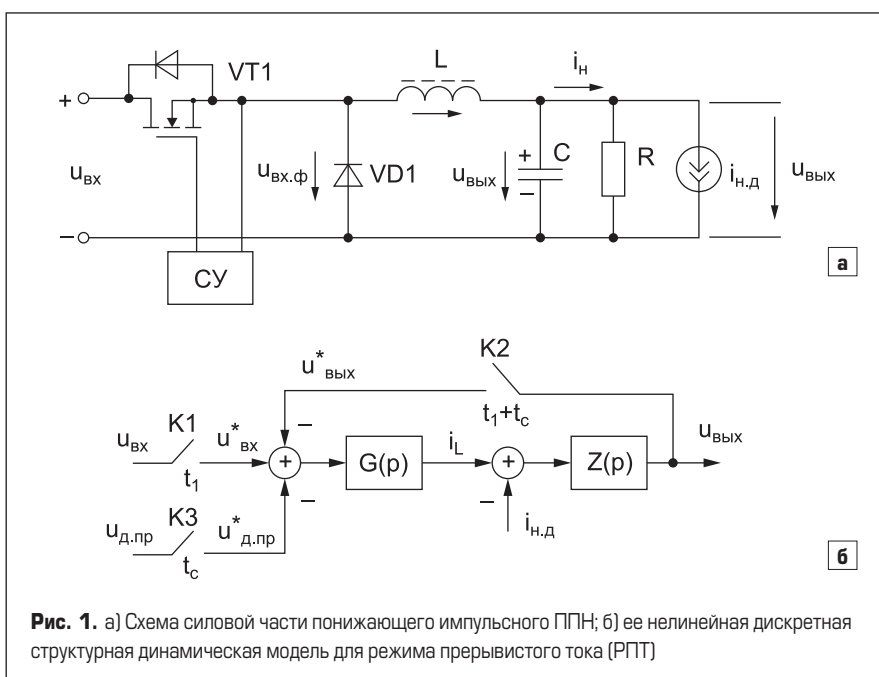


Рис. 1. а) Схема силовой части понижающего импульсного ППН; б) ее нелинейная дискретная структурная динамическая модель для режима прерывистого тока (РПТ)

нейной модели понижающего ППН в установившемся режиме, а штрихами — кривые этих же сигналов в возмущенном режиме, обозначенные как $i_L + \Delta i_L$, $u_{\text{вых}} + \Delta u_{\text{вых}}$, $u_{\text{вых}}^* + \Delta u_{\text{вых}}^*$, $u_{\text{вх}} + \Delta u_{\text{вх}}$, $u_{\text{вх}}^* + \Delta u_{\text{вх}}^*$, $u_{\text{д.пр}} + \Delta u_{\text{д.пр}}$. Предполагается, что сигнал $u_{\text{д.пр}}(t)$ при переходе к возмущенному режиму не меняется. Кривые возмущенного режима должны мало отличаться от соответствующих кривых установившегося режима, в остальном их вид произволен (за исключением моментов переключений в схеме).

В нижней части рис. 2 показаны приблизительно кривые сигналов Δi_L , $\Delta u_{\text{вых}}$, $\Delta u_{\text{вых}}^*$, $\Delta u_{\text{вх}}$, $\Delta u_{\text{вх}}^*$ и $\Delta u_{\text{д.пр}}$, получаемые вычитанием кривых установившегося (стационарного) режима из соответствующих кривых возмущенного режима. Эти сигналы называются вариациями соответствующих сигналов установившегося режима и, в отличие от последних, обозначаются дополнительным символом « Δ » [6].

Анализируя кривые вариаций сигналов на рис. 2, видим, что на вход звена $G(p)$ модели понижающего ППН (рис. 1а) на каждом периоде T при отсчете времени от момента включения силового транзистора подаются шесть элементарных импульсов:

1. Импульс конечной высоты $u_{\text{вых}}(0) + \Delta u_{\text{вых}}(0)$ и малой длительности $|\Delta t_1|$, действующий в начальный момент времени, полярность которого совпадает со знаком приращения Δt_1 .
2. Импульс малой переменной высоты $\Delta u_{\text{вых}}(t)$ и конечной длительности $t_1 + t_c$, действующий на интервале $t_1 + t_c$, полярность которого совпадает со знаком сигнала $\Delta u_{\text{вых}}(t)$.

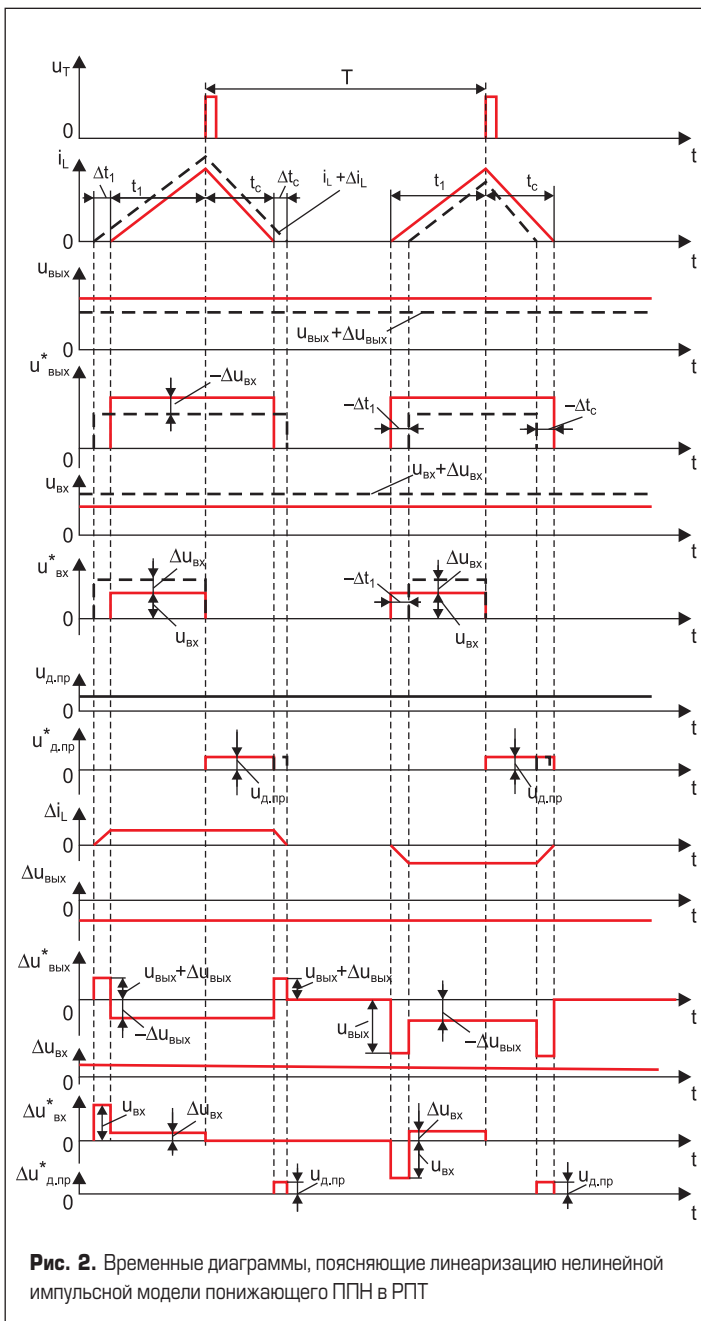


Рис. 2. Временные диаграммы, поясняющие линеаризацию нелинейной импульсной модели понижающего ППН в РПТ

3. Импульс конечной высоты $u_{\text{вых}}(t_1 + t_c) + \Delta u_{\text{вых}}(t_1 + t_c)$ и малой длительности $|\Delta t_c|$, действующий в момент $t_1 + t_c$, полярность которого совпадает со знаком приращения Δt_c .

Необходимо учитывать, что перечисленные в п. 1–3 импульсы инвертируются в суммирующем узле, как и сигнал $u_{\text{вых}}^*$ в схеме на рис. 1б.

4. Импульс конечной высоты $u_{\text{вх}}(0) + \Delta u_{\text{вх}}(0)$ и малой длительности $|\Delta t_1|$, действующий в начальный момент времени, полярность которого совпадает со знаком приращения Δt_1 .

5. Импульс малой переменной высоты $\Delta u_{\text{вх}}(t)$ и конечной длительности t_1 , действующий на интервале t_1 , полярность которого совпадает со знаком вариации $\Delta u_{\text{вх}}(t)$.

6. Импульс конечной высоты $u_{\text{д.пр}}$ и малой длительности $|\Delta t_c|$, действующий в момент $t_1 + t_c$, полярность которого совпадает со знаком приращения Δt_1 . Этот импульс инвертируется в суммирующем звене, как и сигнал $u_{\text{д.пр}}^*$ в схеме на рис. 1б.

Заменяя импульсы малой длительности, действующие на входе звена $G(p)$, дельта-импульсами эквивалентной площади, получаем линейную импульсную модель (рис. 3а), в которой учтены указанные шесть импульсов, а время отсчитывается от момента отпирания силового транзистора.

Импульсы конечной высоты $u_{\text{вых}}(0) + \Delta u_{\text{вых}}(0)$, $u_{\text{вых}}(t_1 + t_c) + \Delta u_{\text{вых}}(t_1 + t_c)$ и $u_{\text{вх}}(0) + \Delta u_{\text{вх}}(0)$ и $u_{\text{д.пр}}$, показанные на рис. 2 и 3а, заменены

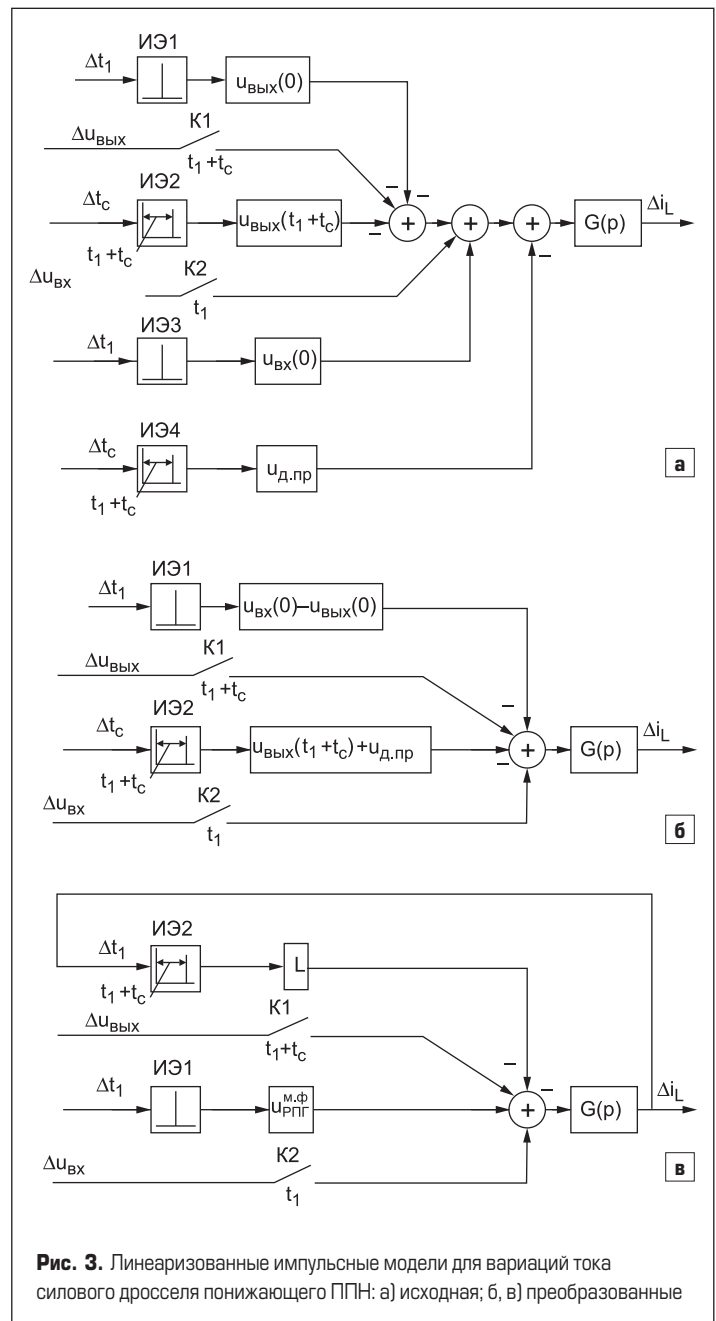


Рис. 3. Линеаризованные импульсные модели для вариаций тока силового дросселя понижающего ППН: а) исходная; б, в) преобразованные

дельта-импульсами, формируемыми на выходах идеальных импульсных элементов ИЭ1–ИЭ4 и пропускаемыми через пропорциональные звенья с коэффициентами передачи соответственно $u_{\text{вых}}(0)$, $u_{\text{вых}}(t_1+t_c)$, $u_{\text{вх}}(0)$ и $u_{\text{д.пр}}$. При этом значения вариаций $\Delta u_{\text{вых}}(0)$, $\Delta u_{\text{вых}}(t_1+t_c)$, $\Delta u_{\text{вх}}(0)$ не учитываются, поскольку они предполагаются малыми по сравнению со значениями $u_{\text{вых}}(t)$ и $u_{\text{вх}}(t)$. Ключи К1, К2 периодически замыкаются на время, указанное под изображением ключа.

Параллельно соединенные ветви с одинаковыми идеальными импульсными элементами ИЭ1 и ИЭ3, ИЭ2 и ИЭ4 на рис. 3а можно заменить одной ветвью с таким же импульсным элементом и соединенным последовательно с ним пропорциональным звеном с коэффициентом передачи $u_{\text{вх}}(0) - u_{\text{вых}}(0)$ и $u_{\text{вых}}(t_1+t_c) + u_{\text{д.пр}}$ (рис. 3б).

Учтем, что непосредственно из рассмотрения кривых сигналов $i_L(t)$ и $i_L(t) + \Delta i_L(t)$ на рис. 2 при малых отклонениях следует равенство

$$\Delta i_L(t_1 + t_c - 0) = \left. \frac{di_L}{dt} \right|_{t=t_1+t_c-0} \Delta t_c,$$

откуда найдем

$$\Delta t_c = - \left(\left. \frac{di_L}{dt} \right|_{t=t_1+t_c-0} \right)^{-1} \Delta i_L(t_c - 0). \quad (2)$$

В выражении (2) для понижающего ППН имеем:

$$\left. \frac{di_L}{dt} \right|_{t=t_1+t_c-0} = - \frac{r i_L(t_1 + t_c) + u_{\text{вых}}(t_c) + u_{\text{д.пр}}}{L},$$

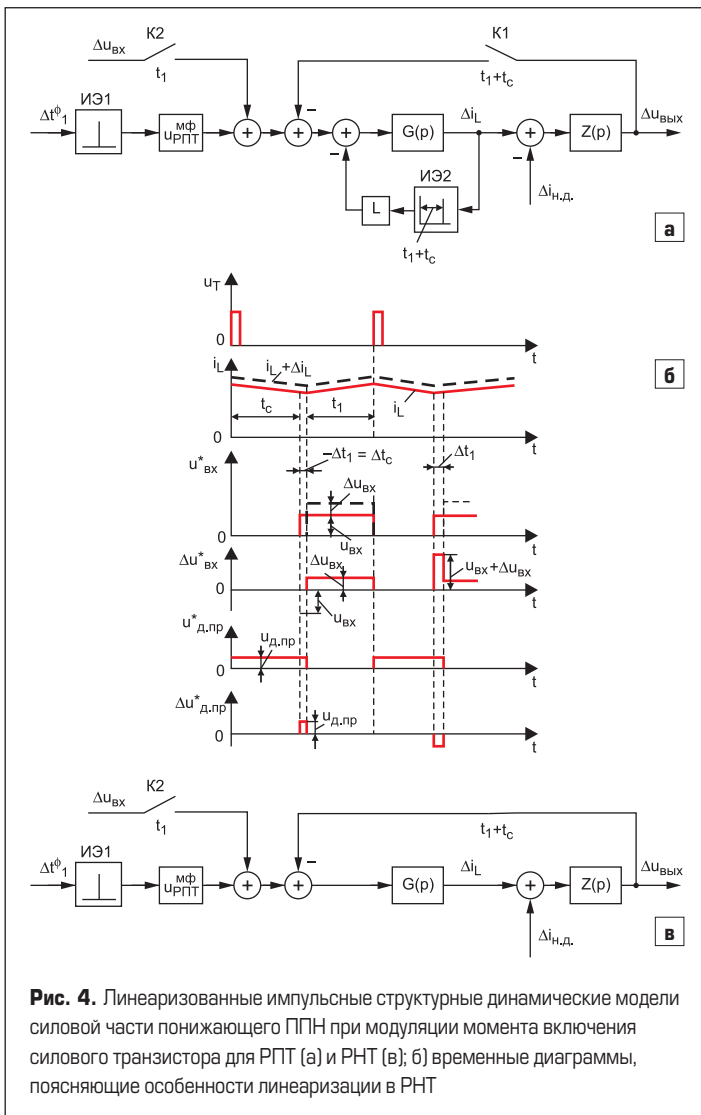


Рис. 4. Линеаризованные импульсные структурные динамические модели силовой части понижающего ППН при модуляции момента включения силового транзистора для РПТ (а) и РНТ (б); временные диаграммы, поясняющие особенности линеаризации в РНТ

где $i_L(t_1+t_c) = 0$. Теперь выражение (1) принимает вид:

$$\Delta t_c = L \frac{\Delta i_L(t_1 + t_c - 0)}{u_{\text{вых}}(t_c) + u_{\text{д.пр}}}. \quad (3)$$

Следовательно, входной сигнал Δt_c верхней ветви схемы на рис. 3б можно заменить сигналом $\Delta i_L(t_1+t_c-0)$, добавив последовательно с ИЭ2 пропорциональное звено с коэффициентом передачи $L/[u_{\text{вых}}(t_c) + u_{\text{д.пр}}]$, и преобразовать схему на рис. 3б к виду, показанному на рис. 3в.

Объединяя схему, представленную на рис. 3в, со схемой для выходного конденсатора (рис. 1б), согласно которой справедливо равенство

$$\Delta u_{\text{вых}}(p) = Z(p)[\Delta i_L(p) - \Delta i_{\text{н.д}}(p)],$$

получаем линейную импульсную динамическую модель всей силовой части понижающего импульсного ППН для РПТ (рис. 4а).

В режиме непрерывного тока (рис. 4б) пауза между импульсами тока $i_L(t)$, имеющаяся на рис. 2, исчезает; справедливо равенство $t_1+t_c=T$; ключ К2 в схеме на рис. 1б непрерывно замкнут; импульсы $\Delta u_{\text{вых}}^*$, имеющиеся на рис. 2, будут отсутствовать.

Анализируя кривые вариаций сигналов при переходе от установившегося режима к возмущенному в РНТ (рис. 4б) при отсчете времени от момента отпирания силового транзистора, видим, что на вход звена $G(p)$ линеаризованной модели подаются три элементарных импульса:

1. Импульс конечной высоты $u_{\text{вх}}(0) + \Delta u_{\text{вх}}(0)$ (в общем случае напряжение $u_{\text{вх}}$ в стационарном режиме является переменным, например за счет пульсаций) и малой длительности $|\Delta t_1|$, действующий в начальный момент, полярность которого совпадает со знаком приращения Δt_1 .
2. Импульс малой переменной высоты $\Delta u_{\text{вх}}(t)$ и конечной длительности t_1 , действующий на интервале t_1 , полярность которого совпадает со знаком вариации $\Delta u_{\text{вх}}(t)$.
3. Импульс конечной высоты $u_{\text{д.пр}}$ и малой длительности $|\Delta t_1|$ (предполагаем, что прямое падение напряжения на открытом силовом диоде в установившемся и возмущенном режимах одинаково), действующий в начальный момент, полярность которого противоположна знаку приращения Δt_1 ; учтем, что этот импульс инвертируется в суммирующем узле.

Линеаризованная импульсная модель в РНТ (рис. 4в), где $u_{\text{вх}}^{\text{м.Ф.РПТ}} = u_{\text{вх}}(0) + u_{\text{д.пр}}$, как видно, получается из модели для РПТ, но не так просто, как в случае модуляции момента выключения силового транзистора [2]. В случае модуляции момента включения силового транзистора (модуляции фронта) для перехода от модели для РПТ (рис. 4а) к модели для РНТ (рис. 4в) необходимо не только исключить цепь обратной связи через идеальный импульсный элемент ИЭ2, замкнуть ключ К1, но и заменить коэффициент передачи $u_{\text{вх}}^{\text{м.Ф.РПТ}} = u_{\text{вх}}(0) - u_{\text{вых}}(0)$ на $u_{\text{вх}}^{\text{м.Ф.сх1}} = u_{\text{вх}}(0) + u_{\text{д.пр}}$.

Двусторонняя ШИМ

Линеаризацию нелинейной дискретной структурной модели (рис. 1б) в случае двусторонней ШИМ иллюстрирует рис. 5, где, в отличие от рис. 2, показаны только кривые сигналов $u_{\text{вых}}^*$, $u_{\text{вх}}^*$ и $u_{\text{д.пр}}^*$ в установившемся и возмущенном режимах без кривых изменения $u_{\text{вых}}$, $u_{\text{вх}}$ и $u_{\text{д.пр}}$. В установившемся режиме силовой транзистор открывается в момент t' и запирается в момент t'' пересечения кривой выходного напряжения усилителя ошибки $u_{\text{в.о}}(t)$ с графиком пилообразного (треугольного) напряжения $u_{\text{п}}(t)$, причем ни один из моментов времени t' , t'' не связан жестко с тактовыми моментами времени, в то время как на рис. 2 моменты выключения силового транзистора совпадают с тактовыми моментами. Длительность открытого состояния силового транзистора в данном случае изменяется за счет модуляции момента фронта на Δt_1^{Φ} и модуляции момента спада на $\Delta t_1^{\text{с}}$.

Как показано на рис. 5 и 16, при двусторонней ШИМ на вход звена $G(p)$ модели на рис. 16 на каждом периоде T подаются восемь элементарных импульсов:

1. Импульс конечной высоты $u_{\text{вых}}(t) + \Delta u_{\text{вых}}(t)$ и малой длительности $|\Delta t_1^\phi|$, действующий в момент t' , полярность которого совпадает со знаком приращения Δt_1^ϕ .
 2. Импульс малой переменной высоты $\Delta u_{\text{вых}}(t)$ и конечной длительности $t_1 + t_c$, действующий на интервале $t_1 + t_c$, полярность которого совпадает со знаком сигнала $\Delta u_{\text{вых}}(t)$.
 3. Импульс конечной высоты $u_{\text{вых}} + \Delta u_{\text{вых}}$ и малой длительности $|\Delta t_1^c + \Delta t_c|$, действующий в момент $t'' + t_c$, полярность которого совпадает со знаком приращения $\Delta t_1^c + \Delta t_c$.
- Перечисленные три импульса инвертируются в суммирующем звене, как и сигнал $u_{\text{вых}}^*$.
4. Импульс конечной высоты $u_{\text{вх}} + \Delta u_{\text{вх}}$ и малой длительности $|\Delta t_1^\phi|$, действующий в момент t' , полярность которого совпадает со знаком приращения Δt_1^ϕ .
 5. Импульс малой высоты $\Delta u_{\text{вх}}$ и конечной длительности t_1 , действующий на интервале t_1 , полярность которого совпадает со знаком вариации $\Delta u_{\text{вх}}(t)$.
 6. Импульс конечной высоты $u_{\text{вх}} + \Delta u_{\text{вх}}$ и малой длительности $|\Delta t_1^c|$, действующий в момент t'' , полярность которого совпадает со знаком приращения Δt_1^c .
 7. Импульс конечной высоты $u_{\text{д.пр}}$ и малой длительности $|\Delta t_1^c|$, действующий в момент t'' , полярность которого противоположна знаку приращения Δt_1^c .
 8. Импульс конечной высоты $u_{\text{д.пр}}$ и малой длительности $|\Delta t_1^c + \Delta t_c|$, действующий в момент $t'' + t_c$, полярность которого совпадает со знаком приращения $\Delta t_1^c + \Delta t_c$. Импульсы, перечисленные в последних двух пунктах, дополнительно инвертируются в суммирующем звене, как и сигнал $u_{\text{д.пр}}^*$.

Перечисленным импульсам соответствует линейная импульсная модель, представленная на рис. 6а. Объединяя ветви с одинаковы-

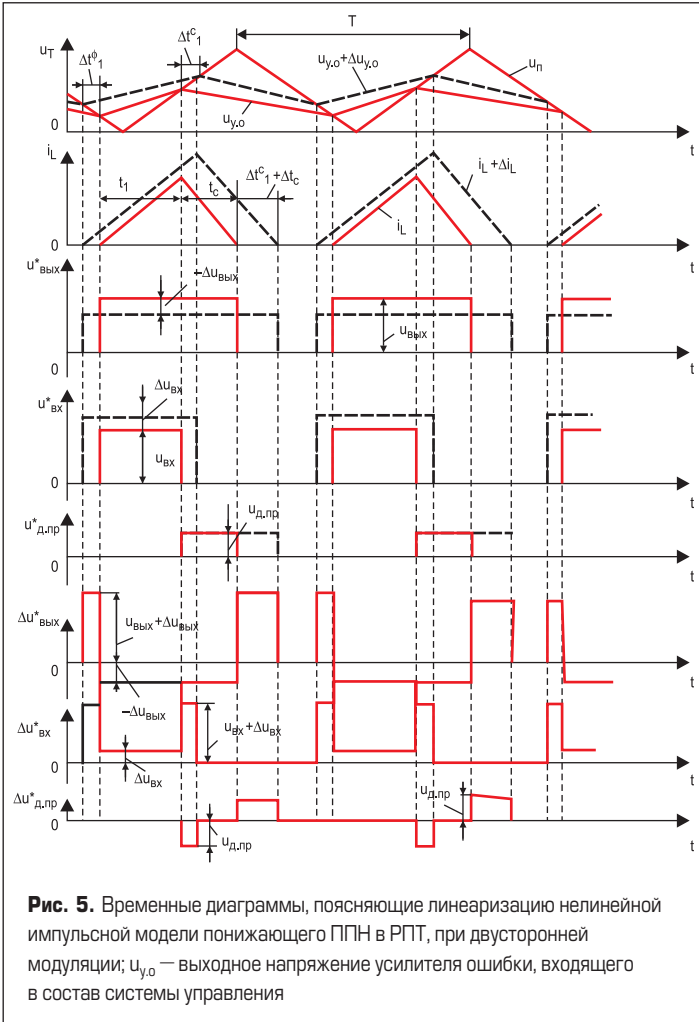


Рис. 5. Временные диаграммы, поясняющие линейризацию нелинейной импульсной модели понижающего ППН в РПТ, при двусторонней модуляции; $u_{\text{у.о}}$ — выходное напряжение усилителя ошибки, входящего в состав системы управления

ми импульсными элементами и одинаковыми входными сигналами и учитывая равенство

$$\Delta t_1^c + \Delta t_c = \frac{L}{u_{\text{вых}}(t' + t_1 + t_c)} \Delta i_L(t' + t_1 + t_c - 0), \quad (4)$$

аналогичное (3), получаем схему, представленную на рис. 6б.

Объединяя схему, представленную на рис. 6б, со звеном $Z(p)$, получаем линейную импульсную модель для силовой части понижающего ППН в РПТ при двусторонней ШИМ (рис. 7а), где введены обозначения $u_{\text{сх1}} = u_{\text{вх}}(t'') + u_{\text{д.пр}}$, $u_{\text{сх2}} = u_{\text{вх}}(t') - u_{\text{вых}}(t')$.

Из модели для двусторонней модуляции (рис. 7а) получаются модели для случаев:

- модуляции момента выключения силового транзистора (модуляции момента спада импульса), если положить $\Delta t_1^\phi \equiv 0$ и исключить соответствующую ветвь схемы;
- модуляции момента включения силового транзистора (модуляции момента фронта импульса) (рис. 4а), если положить $\Delta t_1^c \equiv 0$, исключить соответствующую ветвь схемы.

Двусторонняя ШИМ в РПТ

В РПТ ключи $K2$ в схемах на рис. 16 и 7а непрерывно замкнуты, поэтому импульсы $u_{\text{вых}}^*$ отсутствуют. По рис. 7б видно, что при переходе от установившегося режима (сплошные кривые) к возмущенному (штриховые кривые) на вход звена $G(p)$ в линеаризованной модели за период подаются пять элементарных импульсов, соответствующих вариациям сигналов:

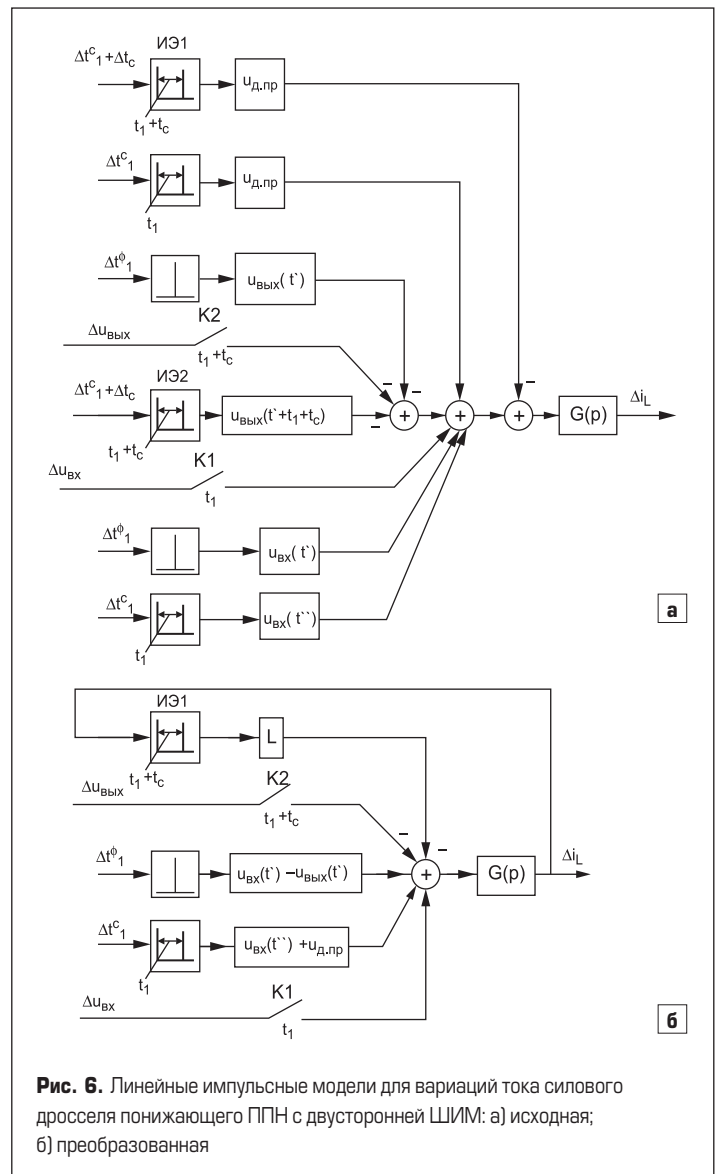


Рис. 6. Линейные импульсные модели для вариаций тока силового дросселя понижающего ППН с двусторонней ШИМ: а) исходная; б) преобразованная

Линеаризация двусторонней ШИМ

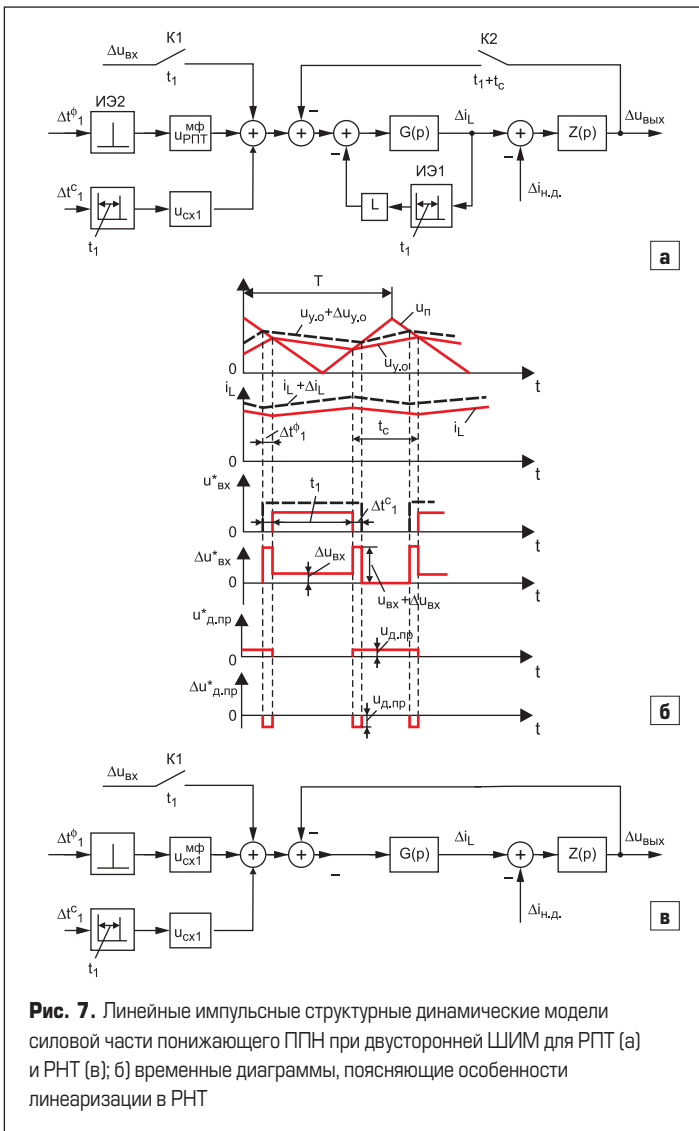


Рис. 7. Линейные импульсные структурные динамические модели силовой части понижающего ППН при двусторонней ШИМ для РПТ (а) и РНТ (в); б) временные диаграммы, поясняющие особенности линеаризации в РНТ

1. Импульс конечной высоты $u_{вх}(0)+\Delta u_{вх}(0)$ (при отсчете времени от момента отпирания силового транзистора) и малой длительности $|\Delta t_1^\phi|$, действующий в начальный момент времени, полярность которого совпадает со знаком приращения Δt_1^ϕ .
2. Импульс малой переменной высоты $\Delta u_{вх}(t)$ и конечной длительности t_1 , действующий на интервале t_1 , полярность которого совпадает со знаком вариации $\Delta u_{вх}(t)$.
3. Импульс конечной высоты $u_{вх}(t_1)+\Delta u_{вх}(t_1)$ и малой длительности $|\Delta t_1^c|$, действующий в момент t_1 , полярность которого совпадает со знаком приращения Δt_1^c .
4. Импульс конечной высоты $u_{д.пр}$ и малой длительности $|\Delta t_1^\phi|$, действующий в начальный момент, полярность которого противоположна знаку приращения Δt_1^ϕ .
5. Импульс конечной высоты $u_{д.пр}$ и малой длительности $|\Delta t_1^c|$, действующий в момент t_1 , полярность которого противоположна знаку приращения Δt_1^c . Необходимо учитывать, что упомянутые последние два импульса дополнительно инвертируются в суммирующем звене, так же, как и сигнал $u_{д.пр}^*$ в схеме на рис. 1б.

Как видно, импульсы, упомянутые в п. 1 и 4, 3 и 5, можно объединить, благодаря чему получаются импульсы высоты $u_{вх}(0)+u_{д.пр}$ и $u_{вх}(t_1)+u_{д.пр}$. Тогда для РНТ будет справедлива импульсная модель, представленная на рис. 7в, где

$$u_{сх1} = u_{вх}(t_1)+u_{д.пр}, u_{сх1}^{м.ф} = u_{вх}(0)+u_{д.пр}.$$

Из сравнения схем на рис. 7а и 7в видно, что для получения модели для РНТ (рис. 7в) в модели для РПТ (рис. 7а) необходимо исключить ветвь обратной связи с импульсным элементом ИЭ1 и заменить пропорциональное звено с коэффициентом передачи $u_{сх1}^{м.ф.РПТ}$ на звено с коэффициентом передачи $u_{сх1}^{м.ф.}$.

Во-первых, обратим внимание на то, что ШИМ должна быть устроена таким образом, чтобы длительность открытого состояния силового транзистора возрастала при увеличении напряжения на выходе усилителя ошибки $u_{y.o}(t)$ (рис. 5 и 7б). Как видно по рис. 5 и 7б, при малых вариациях $\Delta u_{y.o}(t)$ и отсчете времени от момента включения транзистора справедливы равенства:

$$\Delta u_{y.o}(-0) = \left(\frac{du_{y.o}}{dt} \Big|_{t=0} - \frac{du_{п}}{dt} \Big|_{t=0} \right) \Delta t_1^\phi,$$

$$\Delta u_{y.o}(t_1-0) = \left(\frac{du_{п}}{dt} \Big|_{t=t_1} - \frac{du_{y.o}}{dt} \Big|_{t=t_1-0} \right) \Delta t_1^c.$$

Из этих равенств следуют линеаризованные соотношения для ШИМ:

$$\Delta t_1^\phi = K_{ШИМ}^\phi \Delta u_{y.o}(-0), \Delta t_1^c = K_{ШИМ}^c \Delta u_{y.o}(t_1-0), \quad (5)$$

где $K_{ШИМ}^\phi, K_{ШИМ}^c$ — коэффициенты усиления ШИМ при модуляции момента включения силового транзистора (модуляции момента фронта импульса) и модуляции момента выключения (спада) силового транзистора, определяемые выражениями

$$K_{ШИМ}^\phi = \frac{1}{\frac{du_{y.o}}{dt} \Big|_{t=0} - \frac{du_{п}}{dt} \Big|_{t=0}}, K_{ШИМ}^c = \frac{1}{\frac{du_{п}}{dt} \Big|_{t=t_1} - \frac{du_{y.o}}{dt} \Big|_{t=t_1-0}}. \quad (6)$$

Выражения (6) могут быть представлены в виде:

$$K_{ШИМ}^\phi = K_{ШИМ}^\phi F_\phi, K_{ШИМ}^c = K_{ШИМ}^c F_c, \quad (7)$$

где $K_{ШИМ}^\phi, K_{ШИМ}^c$ — коэффициенты усиления ШИМ при $u_{y.o} = \text{const}$, определяемые выражениями

$$K_{ШИМ0}^\phi = \left(-\frac{du_{п}}{dt} \Big|_{t=0} \right)^{-1}, K_{ШИМ0}^c = \left(\frac{du_{п}}{dt} \Big|_{t=t_1} \right)^{-1},$$

а F_ϕ, F_c — поправочные коэффициенты, называемые факторами пульсаций и рассчитываемые по формулам

$$F_\phi = \frac{1}{1 + K_{ШИМ0}^\phi \frac{du_{y.o}}{dt} \Big|_{t=0}}, F_c = \frac{1}{1 - K_{ШИМ0}^c \frac{du_{y.o}}{dt} \Big|_{t=t_1-0}}. \quad (8)$$

Литература

1. Белов Г. А. Нелинейные дискретные структурные динамические модели силовых частей импульсных ППН // Силовая электроника. 2014. № 3.
2. Белов Г. А. Линеаризованные дискретные структурные динамические модели импульсных ППН при модуляции момента выключения силового транзистора // Силовая электроника. 2014. № 4.
3. Белов Г. А., Лукаян Д. С. Устойчивость импульсного преобразователя с двусторонней ШИМ-2 // Электротехника. 2008. № 6.
4. Белов Г. А., Серебрянников А. В., Гаранин С. Г. Расчет и анализ процессов в реверсивных импульсных преобразователях с двусторонней разностной широтно-импульсной модуляцией // Электричество. 2013. № 2.
5. Белов Г. А. Импульсные преобразователи с системами управления на серийных микросхемах. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та. 2015.
6. Цыпкин Я. З. Релейные автоматические системы. М.: Наука. 1974.