

Моделирование измерительного трансформатора тока

в пакете VisSim

В статье предлагается модель измерительного трансформатора тока (ТТ), способная наиболее полно учесть нелинейные свойства магнитопровода трансформатора, в том числе магнитные потери, что позволяет максимально точно оценить погрешности ТТ. Рассмотрен пример моделирования ТТ с магнитопроводом из аморфного сплава ГМ414.

Георгий Волович, д. т. н.

g_volovich@mail.ru

Схема модели

Схема измерительного трансформатора тока (ТТ) приведена на рис. 1. В данном случае трансформатор нагружен на активное сопротивление R_H . Уравнения, описывающие процессы в измерительном трансформаторе тока для мгновенных значений токов и напряжений, выглядят следующим образом:

$$e_2 = L_2(di_2/dt) + R_2i_2 + R_Hi_2, \quad (1)$$

$$e_2 = -w_2 \times d\Phi/dt, \quad (2)$$

$$\Phi = B(H)S_M, \quad (3)$$

$$H = (i_1 - i_2w_2) / l_M, \quad (4)$$

где Φ — основной магнитный поток; e_2 — ЭДС вторичной обмотки; R_2 и R_H — сопротивления соответственно вторичной обмотки и нагрузки; L_2 — индуктивность рассеяния вторичной обмотки; B и H — соответственно индукция и напряженность магнитного поля в магнитопроводе; l_M — длина средней линии магнитопровода; S_M — площадь

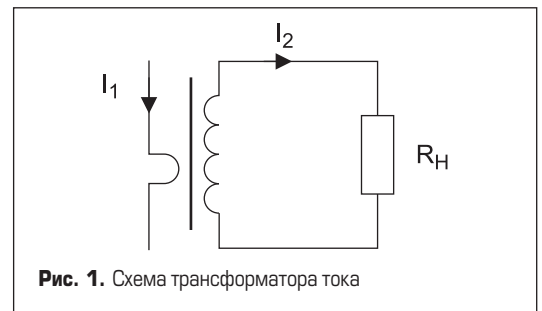


Рис. 1. Схема трансформатора тока

поперечного сечения магнитопровода; f — частота тока; w_2 — число витков вторичной обмотки трансформатора; число витков первичной обмотки полагаем равным единице.

Схема моделирования в VisSim, соответствующая системе уравнений (1–4), представлена на рис. 2. Здесь блок Diff — блок вычисления производной. Реализация этого блока показана на рис. 3. Величина, обозначенная i'_{10} , — ток намагничивания, приведенный ко вторичной обмотке, равный

$$i'_{10} = i_1/w_2 - i_2. \quad (5)$$

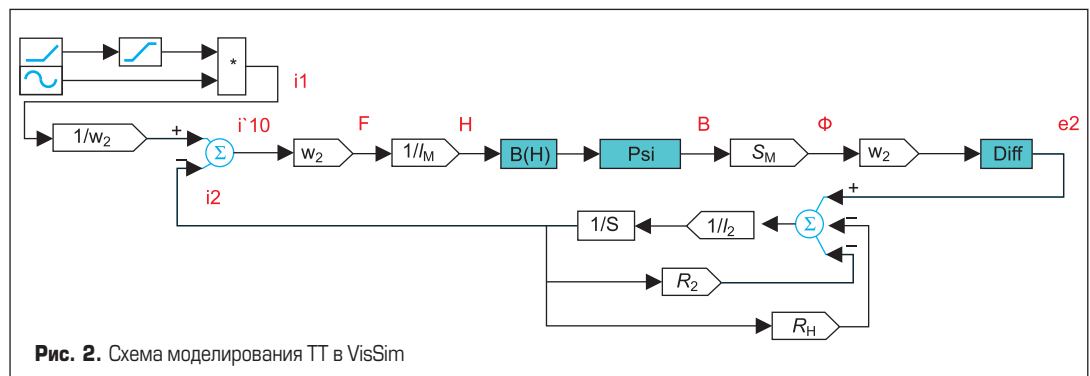


Рис. 2. Схема моделирования ТТ в VisSim

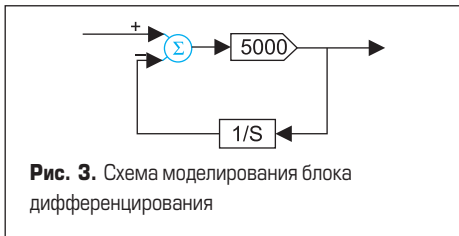


Рис. 3. Схема моделирования блока дифференцирования

Этот ток определяет погрешность трансформатора тока. Для ускорения установления колебаний индукции в модели обеспечивается плавное нарастание амплитуды первичного тока до заданного значения за 10 мс.

Блок, обозначенный В(Н), реализует кривую намагничивания материала магнитопровода. Математическая аппроксимация кривой намагничивания представляет собой сложную задачу в силу ее неоднозначного характера. Одно из наиболее удобных представлений — аппроксимация кривой намагничивания на основе арктангенсов [1]:

$$B = \alpha \arctg(\beta H) + \gamma H. \quad (6)$$

Поскольку первое слагаемое в выражении (6) с ростом H асимптотически приближается к прямому, параллельным оси абсцисс и расположенным от нее на расстоянии $\pm\alpha$, то изменение магнитной индукции в области больших H характеризует второе слагаемое.

Данная аппроксимация является нечетной и может быть использована для расчета магнитных цепей как с постоянным, так и с переменным полем. Ее недостаток заключается в том, что она не учитывает первоначального возрастания магнитной проницаемости с ростом H . Для учета этого фактора можно добавить в аргумент арктангенса степенной член:

$$B = \alpha \arctg(\beta H + \epsilon H^\sigma) + \gamma H. \quad (7)$$

Для того чтобы аппроксимация (7) сохраняла нечетность при любом значении σ , выражение (7) перепишем в виде

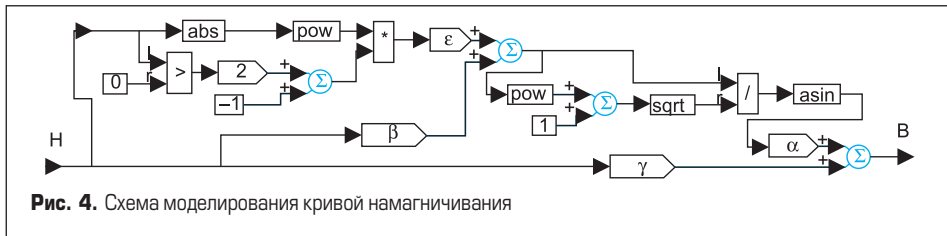


Рис. 4. Схема моделирования кривой намагничивания

$$B = \alpha \times \arctg[\beta H + \epsilon \times \text{sign}(H) \times |H|^\sigma] + \gamma H, \quad (8)$$

причем

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$

Модель в VisSim выражения (8) приведена на рис. 4.

Левый из блоков pow на рис. 4 моделирует возведение аргумента в степень σ , а правый — в квадрат. Функция arctg воспроизведена через arcsin, поскольку в VisSim отсутствует соответствующий блок.

Для напряженности магнитного поля H , изменяемой по закону, близкому к синусоидальному, неоднозначность кривой намагничивания (петля гистерезиса) может моделироваться фазовым запаздыванием [2] на угол, близкий к углу магнитных потерь ψ . На схеме моделирования ТТ (рис. 2) это запаздывание моделируется блоком Psi. В VisSim запаздывание может быть реализовано блоком timeDelay, но это приведет к неустойчивости схемы моделирования. А потому для моделирования фазового запаздывания используется блок transferFunction с передаточной функцией

$$W(s) = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} \times \frac{1 + sT_1}{1 + sT_2}. \quad (9)$$

При выполнении условия

$$(2\pi f)^2 T_1 T_2 = 1 \quad (10)$$

блок Psi обеспечивает фазовый сдвиг

$$\psi = \arctg \frac{(2\pi f)^2 T_1^2 - 1}{4\pi f T_1}. \quad (11)$$

Модуль блока Psi на частоте f равен единице.

Пример моделирования ТТ

В качестве примера проведено моделирование по схеме на рис. 2 для ТТ, рассчитанного на номинальный ток 3000 А, с параметрами: магнитопровод ОЛ 75/120-20 из сплава ГМ414, $l_M = 306,3$ мм, $S_M = 320$ мм², $w_2 = 4000$ витков провода диаметром 0,5 мм. Тогда $R_2 = 44$ Ом, а индуктивность рассеяния вычислена по формуле [4]:

$$L_2 = \frac{\mu_0 w_2^2 h}{2\pi} \ln \left(\frac{D_n}{D_{вн}} \right), \quad (12)$$

$$L_2 = 0,03 \text{ Гн.}$$

Здесь обозначено: h — высота, D_n — наружный, $D_{вн}$ — внутренний диаметры магнитопровода в метрах, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ — магнитная проницаемость вакуума. Трансформатор нагружен на резистор сопротивлением 0,96 Ом.

Для сплава ГМ414 (2-й класс) определены параметры модели (7): $\alpha = 0,79$, $\beta = 0,093$; $\gamma = 6 \times 10^{-5}$, $\epsilon = 1$, $\sigma = 2$. На рис. 5 приведены в логарифмическом масштабе динамические кривые намагничивания сплава ГМ414 по данным изготовителя [3], а на рис. 6 — результаты моделирования по схеме, представленной на рис. 4.

Сравнение кривых на рис. 5 и 6 обнаруживает приемлемое совпадение.

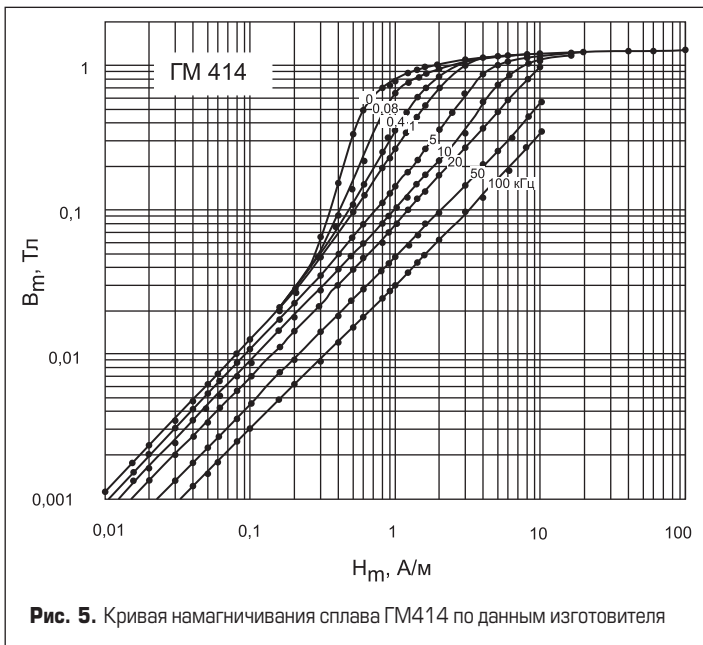


Рис. 5. Кривая намагничивания сплава ГМ414 по данным изготовителя

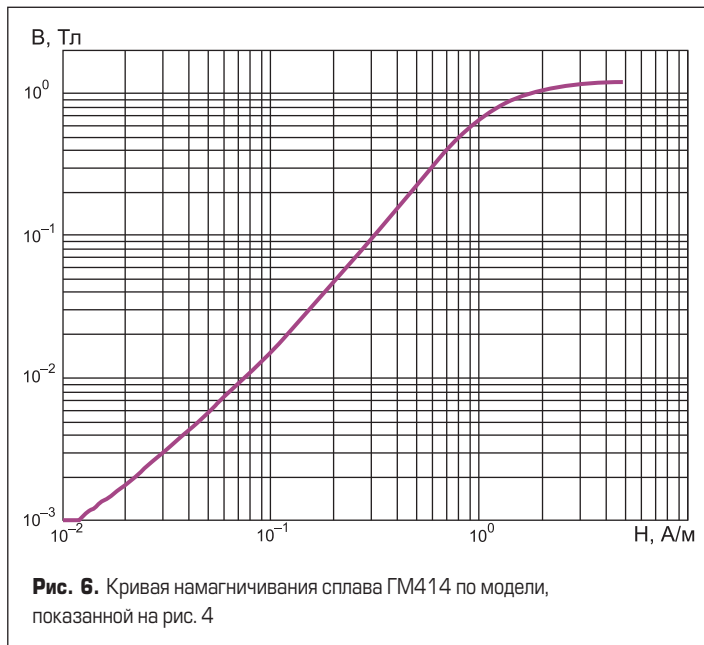


Рис. 6. Кривая намагничивания сплава ГМ414 по модели, показанной на рис. 4

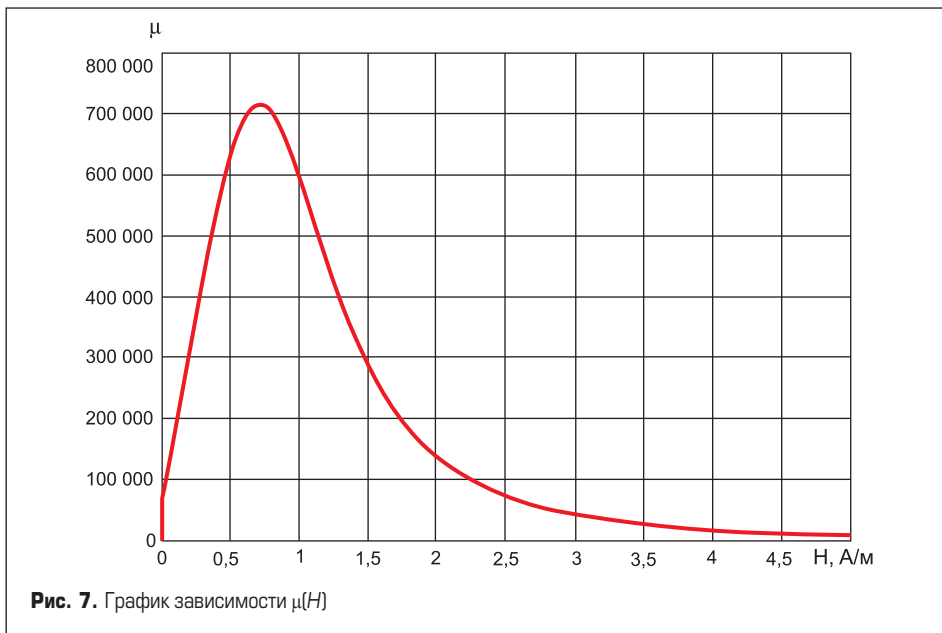


Рис. 7. График зависимости $\mu(H)$

На рис. 7 представлен график расчетной зависимости относительной магнитной проницаемости μ от напряженности магнитного поля для этого сплава.

Моделирование проведено для минимального (30 А) и максимального (3600 А) значений первичного тока, для которых нормируются пределы погрешности для класса точности 0,2S по [5]. Определены графики мгновенных значений индукции в магнитопроводе $B(t)$ и относительной ошибки

$$\delta_i(t) = \frac{i_{10}(t)}{I_1} \times 100\%,$$

а также действующее значение относительной ошибки I_{10}/I_1 .

На рис. 8 представлен график изменения во времени индукции в магнитопроводе ТТ при $I_1 = 30$ А. На рис. 9 — мгновенного значения относительной ошибки $\delta_i(t)$ для этого же тока без учета угла магнитных потерь ψ . Здесь же приведен график изменения первичного тока $\tilde{i}_1(t)$ не в масштабе для определения угловой погрешности.

На рис. 10, 11 представлены аналогичные графики для первичного тока 3600 А, также без учета угла магнитных потерь.

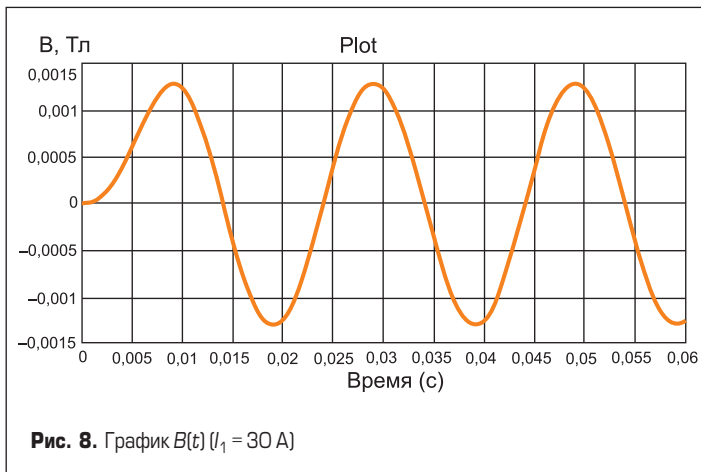


Рис. 8. График $B(t)$ ($I_1 = 30$ А)

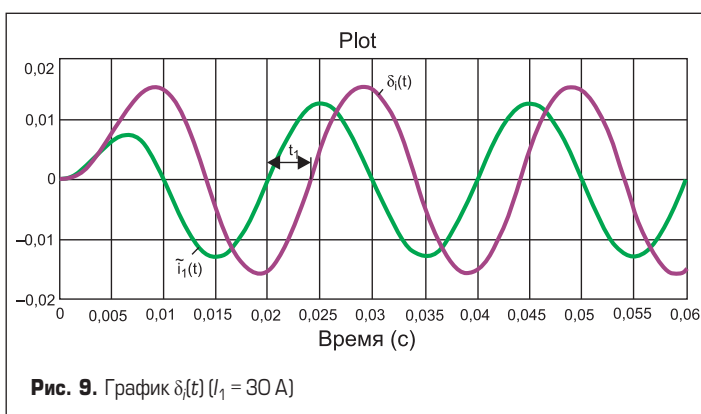


Рис. 9. График $\delta_i(t)$ ($I_1 = 30$ А)

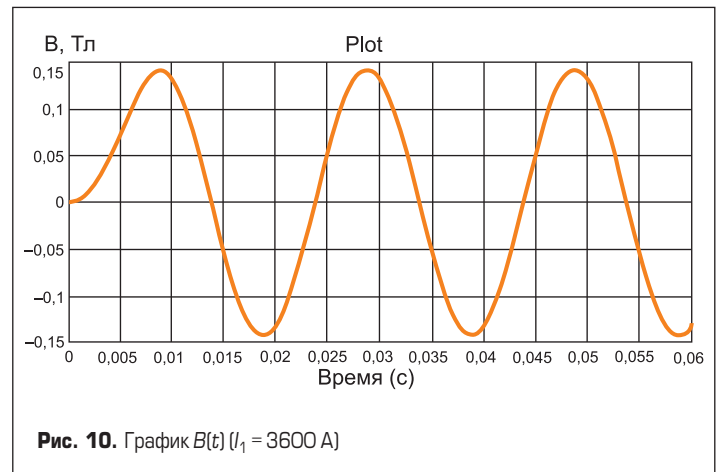


Рис. 10. График $B(t)$ ($I_1 = 3600$ А)

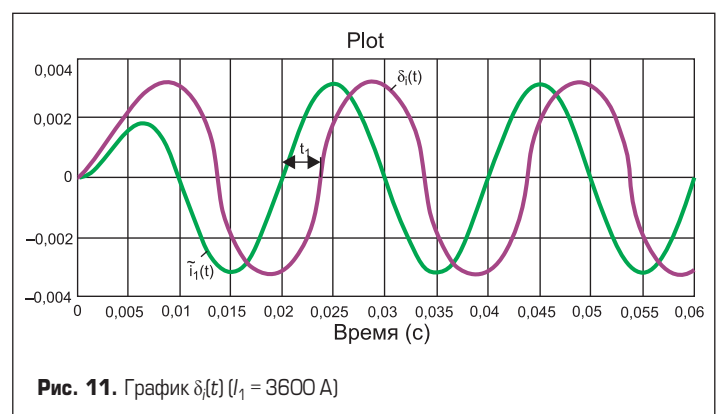


Рис. 11. График $\delta_i(t)$ ($I_1 = 3600$ А)

Действующее значение относительной ошибки при $I_1 = 30$ А составило 0,011%, а при $I_1 = 3600$ А — 0,0025 %.

Для нахождения токовой и угловой погрешностей ТТ рассмотрим векторную диаграмму трансформатора (рис. 12), которая построена на основании следующей системы уравнений в комплексной форме:

$$\dot{I}_1 + \dot{I}_2 w_2 = \dot{I}_{10}, \quad (13)$$

или

$$\dot{I}'_1 + \dot{I}'_2 = \dot{I}'_{10} —$$

уравнение намагничивающих сил;

$$\dot{E}_2 = \dot{I}_2(R_2 + jX_2) + \dot{I}_2(R_H + jX_H) —$$

уравнение вторичной обмотки; (14)

$$\dot{E}_2 = -j2\pi f w_2 \dot{\Phi} —$$

уравнение ЭДС вторичной обмотки. (15)

Здесь $\dot{I}'_1 = \dot{I}_1/w_2$ — ток первичной обмотки, приведенный к току вторичной обмотки, $X_2 = 2\pi f L_2$ — реактивное сопротивление вторичной обмотки, X_H — реактивное сопротивление нагрузки.

Как следует из векторной диаграммы, угловая погрешность θ (рад) определяется по формуле

$$\theta = \arcsin\left(\frac{I_{10}}{I_1} \times \sin \varphi\right) \approx \frac{I_{10}}{I_1} \times \sin \varphi, \quad (16)$$

или θ (дугových минут)

$$\theta \approx 3438 \frac{I_{10}}{I_1} \times \sin \varphi, \quad (17)$$

а токовая

$$f_i = \frac{I_1' - I_2}{I_1'} \times 100\% \quad (18)$$

Формула (18) на основании теоремы синусов, с учетом малости угла θ может быть приближенно записана в виде

$$f_i \approx \theta \times \text{ctg}\varphi \times 100\% \quad (19)$$

Угол φ для формул (17) и (19) может быть найден из графиков на рис. 9 и 11 по формуле

$$\varphi = 2\pi f t_1 \quad (20)$$

Графики на рис. 8–11 позволяют оценить угол магнитных потерь и уточнить параметры модели.

Удельные магнитные потери сплава ГМ414 составляют $5,5 \times 10^{-6} \times f^{1,7} B_m^2$ Вт/кг [3], что при массе магнитопровода 0,714 кг и частоте тока 50 Гц дает

$$P_M = 3,036 \times 10^{-3} B_m^2 \quad (21)$$

Реактивная мощность тока намагничивания

$$Q_M = I_{10} \times E_2 \quad (22)$$

причем

$$E_2 = 4,44 f w_2 B_m S_M \quad (23)$$

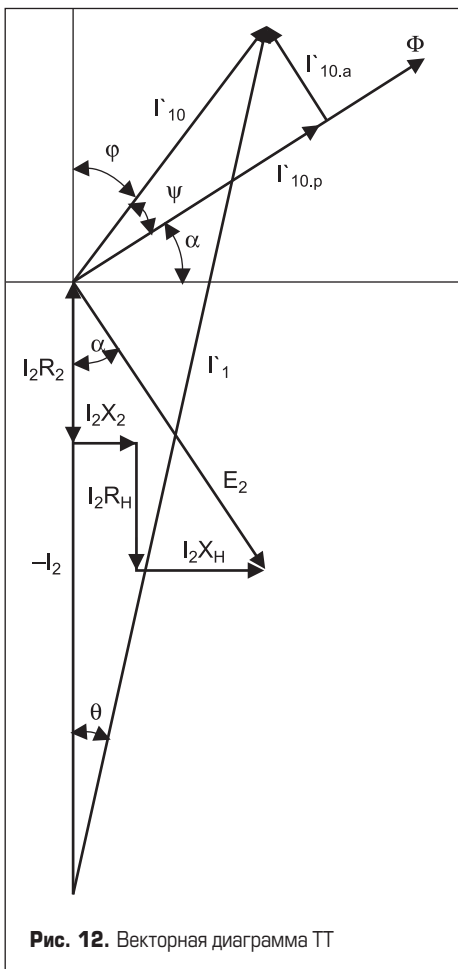


Рис. 12. Векторная диаграмма ТТ

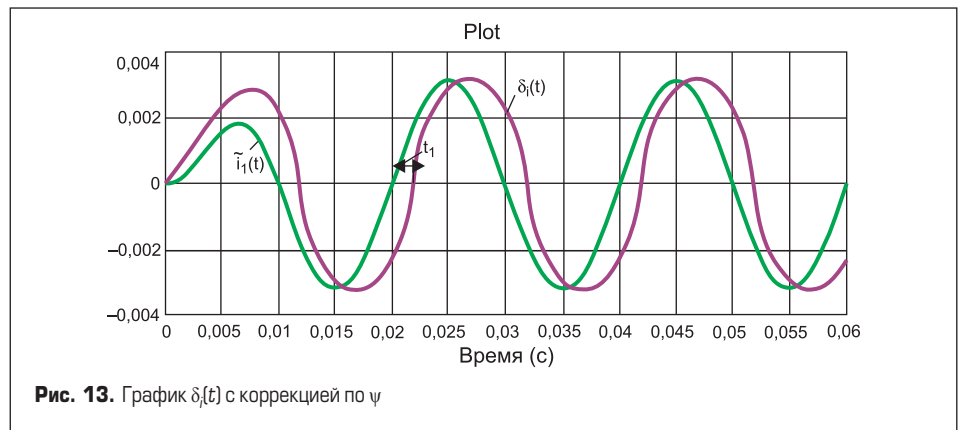


Рис. 13. График $\delta_i(t)$ с коррекцией по ψ

Угол магнитных потерь находится по формуле

$$\psi = \arctg(P_M/Q_M) \quad (24)$$

Используя полученные в результате моделирования значения амплитуды индукции и действующего значения приведенного тока намагничивания, по формулам (21–24) найдем значения угла ψ . Для тока $I_1 = 30$ А этот угол составит $\psi(30) = 1^\circ$, то есть несущественную величину, а для $I_1 = 3600$ А — $\psi(3600) = 35^\circ$.

В первом случае расчет угловой и токовой погрешности можно выполнить по формулам (17) и (19), определив угол φ по графику на рис. 9, который согласно (20) равен 72° . Тогда из (17) и (19) для $I_1 = 30$ А найдем

$$\theta = 10,5 \times 10^{-5} \text{ рад} = 0,360, f_i = 0,0034\% \quad (25)$$

Для расчета погрешностей при $I_1 = 3600$ А проведем повторное моделирование с учетом вычисленного значения угла ψ . Параметры передаточной функции блока Psi (9) определим, решив систему уравнений (10), (11). Результаты моделирования представлены на рис. 13.

Повторно определим угол φ , который в данном случае равен $38,5^\circ$. Остальные параметры практически не изменились. Из (17) и (19) для $I_1 = 3600$ А найдем

$$\theta = 15,6 \times 10^{-6} \text{ рад} = 0,0540, f_i = 0,002\% \quad (26)$$

Сравним эти результаты с расчетами погрешностей по формулам, приведенным в [4]:

$$f_i = \frac{0,159 I_2 z_2 I_M}{\mu \mu_0 S_M f w_2 I_1} \sin(\psi + \alpha) \times 100\% \quad (26)$$

$$\theta = \frac{547 I_2 z_2 I_M}{\mu \mu_0 S_M f w_2 I_1} \cos(\psi + \alpha) \quad (27)$$

Здесь z_2 — полное сопротивление цепи вторичной обмотки трансформатора

$$z_2 = \sqrt{(R_2 + R_H)^2 + (2\pi f L_2)^2}$$

При расчетах для тока 30 А относительная магнитная проницаемость в формулах (25), (26) принята равной начальному значению $\mu = 60000$, поскольку при этом токе амплитуда H мала

(около 0,016 А/м). При токе 3600 А $H_m = 0,5$ А/м, поэтому взято среднее значение $\mu = 360000$ из графика на рис. 7.

Результаты моделирования и расчетов по формулам (26), (27) приведены в таблице.

Таблица. Результаты моделирования и расчетов

Ток, А	Погрешность	Моделирование	Расчет по (26), (27)
30	θ , дуг. мин.	0,36	0,405
	f_i , %	0,0034	0,0026
3600	θ , дуг. мин.	0,054	0,048
	f_i , %	0,002	0,00145

Заключение

Моделирование измерительных трансформаторов тока на этапе проектирования позволяет наиболее точно прогнозировать их основные параметры. Особенно это важно, когда ТТ встроен в сложный измерительный преобразователь, а также при анализе работы ТТ в переходных процессах.

Литература

1. Матюк В. Ф. Математические модели кривой намагничивания и петель магнитного гистерезиса. Часть 1. Анализ моделей // Неразрушающий контроль и диагностика. 2011. № 2.
2. Гречухин В. Н. Математическое описание петли гистерезиса // Материалы Международной научно-технической конференции «Состояние и перспективы развития электротехнологии» (XIII Бенардосовские чтения). Иваново: ИГЭУ, 2006.
3. ГМ414. Магнитные свойства кольцевых магнитопроводов из аморфных и нанокристаллических сплавов в защитных контейнерах // gammamet.ru: URL: www.gammamet.ru/ru/gm414.htm (дата обращения 28.04.2014).
4. Афанасьев В. В., Адоньев Н. М., Кибель В. М. и др. Трансформаторы тока. 2 изд., перераб. и доп. — Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1989.
5. ГОСТ ИЕС 60044-1-2013. Трансформаторы измерительные. Часть 1. Трансформаторы тока. М.: Стандартинформ, 2012.