

Как работает трансформатор?

Две тысячи лет решаются задачи о бассейнах и — такова сила рутины! — две тысячи лет решаются неправильно.

Перельман Я. И.

Давно уже было отмечено 100-летие изобретения трансформатора, однако вопрос, вынесенный в заголовок, по сей день ввергает в дрожь студента, вытянувшего билет на экзамене с таким вопросом. Да и преподаватель на первой лекции, когда надо изложить принцип действия этого нехитрого прибора, попадает в состояние той умной собаки, которая все понимает, а сказать не может...

Михаил Альтшулер

Михаил Волобуев

altshuler@bk.ru

Описание работы трансформатора опирается на формулы для напряжений и токов:

$$U_2 = U_1/k_{\text{тр}}, \quad (1)$$

$$I_2 = I_1 k_{\text{тр}}, \quad (2)$$

где $k_{\text{тр}} = w_1/w_2$ — коэффициент трансформации, отношение чисел витков первичной и вторичной обмоток.

И если первая формула легко выводится из принципа постоянства ЭДС витка, то с формулой (2) все не так просто! Здесь не поможет ни закон полного тока, ни следующий из него второй закон Кирхгофа для магнитной цепи.

Мы просмотрели несколько учебников и монографий, изданных в разные годы. В них либо постулируется «уравнение магнитодвижущих сил»:

$$I_1 w_1 - I_2 w_2 = I_0 w_1, \quad (3)$$

где I_0 называют током намагничивания, током холостого хода, либо сразу предлагается схема замещения трансформатора с приведенными параметрами и точкой соединения, позволяющей получить формулу (2) по первому закону Кирхгофа. В некоторых книгах вывод начинают с взаимной индуктивности между обмотками, и от нее плавно переходят к той же схеме замещения — понять все это затруднительно...

Встречается также толкование, исходящее из равенства мощностей, $U_1 I_1 = U_2 I_2$, но ведь это тоже постулат, как и уравнение (3).

Предлагаем наглядное доказательство для формулы (2). Первый вариант его не сложнее широко известного доказательства теоремы Пифагора, когда рисуют два квадрата с заданными треугольниками внутри, которые расставлены двумя способами, и сравнивают площади. Да и построено доказательство примерно по такому же принципу. Но в первом варианте формула (2) доказывается только для целых значений $k_{\text{тр}} = 1, 2, 3, \dots$

Второй вариант, для любых $k_{\text{тр}}$, построен аналогично, однако он немного длиннее.

Введем необходимые допущения.

1. Ток холостого хода достаточно мал, и им можно пренебречь. Что это значит? Пусть амперметр класса точности 0,5 показал ток $I_1 = 100$ мА при нагруженном трансформаторе и ток $I_{\text{хх}} = 10$ мА при отключенной нагрузке, то есть ток холостого хода $I_{\text{хх}}$ составляет 10%. Погрешность от пренебрежения этим током будет $100 - \sqrt{100^2 - 10^2} = 100 - 99,499 = 0,5$ мА. Вычитание векторное, поскольку ток под нагрузкой совпадает по фазе с напряжением первичной обмотки U_1 , а ток холостого хода отстает от этого напряжения почти на 90° . Таким образом, ошибка не выходит за пределы погрешности амперметра.
2. Активные сопротивления обмоток пренебрежимо малы.
3. Магнитная связь между обмотками достаточно сильна, то есть пренебрегаем индуктивностями рассеяния. Практически это можно сделать, если намотать все части обмоток одним жгутом, сплетенным из тонких проводов, а затем соединять эти провода последовательно и параллельно.
4. ЭДС любого из витков при сильной магнитной связи — одна и та же, так что справедлива формула (1), и при параллельном соединении частей с одинаковыми числами витков ЭДС этих частей также одинаковы, поэтому токи частей можно суммировать.

Первый вариант доказательства формулы (2)

Пусть вторичная обмотка содержит n последовательно соединенных частей с числом витков w_2 в каждой части. В первичной обмотке пусть будет $w_1 = n w_2$ витков. Так что $n = w_1/w_2$.

То есть пока у нас имеются две обмотки с одинаковым числом витков w_1 . Подключим ко вторичной обмотке n одинаковых резисторов с сопротивлением R и соединим их последовательно (рис. 1).

Поскольку числа витков двух обмоток одинаковы, ЭДС, а следовательно, и напряжения на об-

мотках, равны. Так что токи обмоток $I_1 = I_2$. Почему? Соединим проводом один из выводов, скажем, начало той и другой обмотки. Тогда разность потенциалов между концами обмоток равна нулю, и эти концы тоже можно соединить. Полученное устройство будет описываться первым законом Кирхгофа:

$$I_1 - I_{xx} = I_2.$$

Поскольку $I_{xx} \approx 0$, получаем $I_1 = I_2$.

Теперь нагрузим каждую часть вторичной обмотки одним из тех же резисторов, как показано на рис. 2.

Напряжение на каждом резисторе стало в n раз меньше, но сопротивление резистора также в n раз меньше, чем при последовательном соединении. Поэтому ток через каждый резистор и через каждую часть обмотки остался тем же, I_1 .

Соединим проводом начала всех частей вторичной обмотки. Числа витков у них одинаковые, поэтому разность потенциалов между концами отсутствует, и их тоже можно соединить. Через все части обмоток потечет суммарный ток I_2 , равный:

$$I_2 = I_1 n, \tag{4}$$

как и через параллельно соединенные резисторы.

В итоге мы получили трансформатор с числом витков первичной обмотки w_1 при токе в ней I_1 и с числом витков вторичной обмотки (из n параллельных частей) w_2 при токе I_2 . Тогда (4) переписывается как $I_2 = I_1 w_1 / w_2$ и формула (2) доказана.

Второй вариант, для необязательно целых значений коэффициента трансформации

Как известно, такие значения (они также называются рациональными, от англ. *ratio* — отношение) получаются в результате деления двух целых чисел. Обозначим эти два целых числа через n_1 и n_2 .

Представим себе первичную обмотку как состоящую из n_2 параллельных ветвей, в каждой из которых n_1 одинаковых последовательных секций с числом витков w_c в каждой секции. Число витков первичной обмотки $w_1 = n_1 w_c$.

Вторичная обмотка пусть имеет, наоборот, n_1 параллельных ветвей с числом n_2 таких же последовательных секций. Ее число витков $w_2 = n_2 w_c$.

Количество секций, как и в первом варианте, в обмотках одинаковое, оно равно $n_1 n_2$.

Коэффициент трансформации $k_{тр} = w_1 / w_2 = n_1 / n_2$ может быть любым рациональным числом.

Например, никто нам не запрещает скрутить жгут из 12 эмалированных проводов, намотать этим жгутом w_c витков на тороидальный магнитопровод и, называя каждый из проводов секцией обмотки, соединить эти секции согласно рис. 3.

Однако для получения тока в каждой секции I_c сначала соединим секции вторичной обмотки по схеме первичной обмотки, только не создавая параллельных ветвей. Итак, сде-

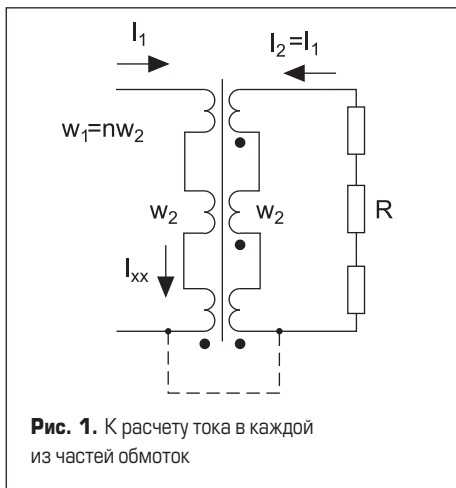


Рис. 1. К расчету тока в каждой из частей обмоток

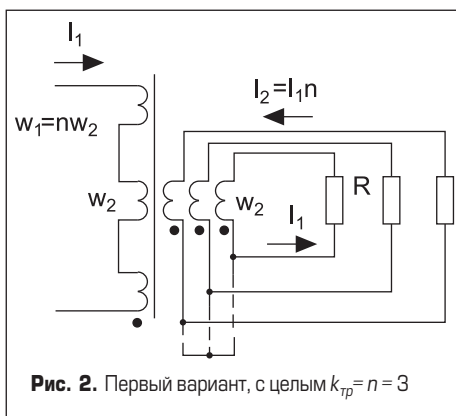


Рис. 2. Первый вариант, с целым $k_{тр} = n = 3$

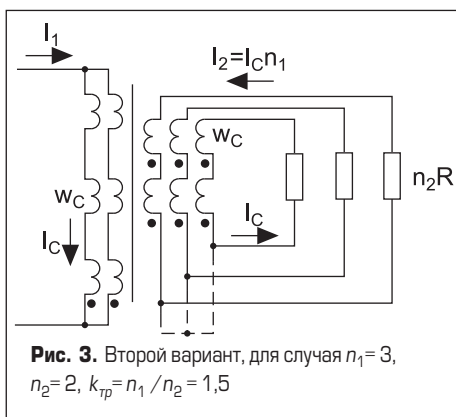


Рис. 3. Второй вариант, для случая $n_1 = 3$, $n_2 = 2$, $k_{тр} = n_1 / n_2 = 1,5$

лаем n_2 независимых цепочек по n_1 секций в каждой и нагрузим каждую цепочку на n_1 резисторов с сопротивлением R , соединенных последовательно — подобно рис. 1.

В предположении о сильной магнитной связи ток по параллельным ветвям первичной обмотки делится поровну и, как в первом варианте, получаем ток во всех секциях $I_c = I_1 / n_2$.

Теперь соединяем секции вторичной обмотки, чтобы получить требуемый коэффициент трансформации, то есть так, как показано на рис. 3. Аналогично первому варианту, последовательная цепочка из n_2 секций нагружается на n_2 последовательно включенных резисторов с тем же сопротивлением R . Ток в каждой из секций остается таким же, I_c .

Суммарный ток вторичной обмотки

$$I_2 = I_c n_1 = (I_1 / n_2) n_1 = I_1 k_{тр},$$

что и требовалось доказать.