

Стационарные режимы синхронного двигателя

С ПОСТОЯННЫМИ МАГНИТАМИ

Определены параметры стационарных режимов синхронного двигателя с постоянными магнитами при постоянном моменте нагрузки и исследована их устойчивость методом математического моделирования.

Анатолий Коршунов

a.i.korshunov@mail.ru

Синхронные двигатели (СД) находят широкое применение в разомкнутых системах, обеспечивающих независимую от нагрузки скорость вращения большого числа индивидуальных приводов. Это необходимо, например, при производстве синтетических волокон, в различных дозировочных агрегатах, в пищевой и фармацевтической промышленности и т. д.

В большинстве случаев синхронные двигатели работают в стационарных режимах. Стационарными обычно называют режимы, параметры которых с течением времени не изменяются. Для постоянного момента нагрузки желательным стационарным режимом является режим постоянной скорости вращения. К стационарным относится и режим работы СД с колебаниями скорости около синхронной при постоянных амплитуде и частоте колебаний. Однако такой стационарный режим при постоянной нагрузке обычно оказывается нежелательным или недопустимым. По физическому смыслу стационарные режимы подобны положениям равновесия, которые, как известно, бывают устойчивыми и неустойчивыми. Наблюдать можно только устойчивые положения равновесия и стационарные режимы, поскольку в случае неустойчивости малые отклонения от них неограниченно возрастают. Устойчивые стационарные режимы обычно называют установившимися. Определение параметров и устойчивости стационарных режимов СД имеет важное практическое значение.

Стационарные режимы СД при постоянном моменте нагрузки

Для исследования стационарных режимов воспользуемся упрощенным математическим описанием СД с постоянными магнитами на роторе, полученным в [1].

$$\begin{cases} L_{\Sigma}(di_a/dt) + ri_a = u_a - e_a \\ L_{\Sigma}(di_b/dt) + ri_b = u_b - e_b \\ L_{\Sigma}(di_c/dt) + ri_c = u_c - e_c \\ J(d^2\theta/dt^2) = M - M_H \end{cases} \quad (1)$$

где $e_a = -E_m \sin\theta$, $e_b = -E_m \sin(\theta - 2\pi/3)$, $e_c = -E_m \sin(\theta - 4\pi/3)$ — фазные ЭДС вращения, $E_m = C_e (d\theta/dt)$,

i_k и u_k , $k = a, b, c$ — фазные токи и напряжения, θ — угол поворота ротора, отсчитываемый от оси фазы a до оси полюса S ротора, J — суммарный момент инерции ротора и нагрузки, M_H — момент нагрузки, L_{Σ} и r — индуктивность и сопротивление фазы.

$$M = C_e[-i_a \sin\theta + i_b \sin(\theta + \pi/3) + i_c \sin(\theta - \pi/3)], \quad (2)$$

электромагнитный момент СД, $C_e = \text{const}$.

За положительное направление оси фазы a принято направление, совпадающее с полюсом поля статора, при $i_a = I$, $i_b = i_c = -I/2$.

Построим желательный стационарный режим СД при фазных напряжениях:

$$\begin{aligned} u_a &= U_m \cos(\omega t + \varphi), \quad u_b = U_m \cos(\omega t + \varphi - 2\pi/3), \\ u_c &= U_m \cos(\omega t - \varphi - 4\pi/3), \end{aligned} \quad (3)$$

образующих трехфазную симметричную систему, постоянном моменте нагрузки:

$$M_H(t) = M_H = \text{const} \quad (4)$$

и равномерном вращении ротора:

$$\theta(t) = \omega t - \theta_0, \quad (5)$$

где θ_0 — неизвестное начальное значение угла поворота ротора, $\omega = d\theta/dt$ — скорость вращения поля статора.

Если φ — неизвестный сдвиг фазных тока I и напряжения U , то симметричная система фазных токов статора в стационарном режиме имеет вид:

$$\begin{aligned} i_a &= I_m \cos\omega t, \quad i_b = I_m \cos(\omega t - 2\pi/3), \\ i_c &= I_m \cos(\omega t - 4\pi/3). \end{aligned} \quad (6)$$

Подстановка формул (5) и (6) в выражение электромагнитного момента СД (2) с учетом равенства скоростей поля и ротора дает:

$$M = 3/2 C_e I_m \sin\theta_0 = M_H. \quad (7)$$

При построении стационарного режима СД будем по известным фазным напряжениям и заданному углу θ_0 , представляющему при принятых фазах токов

статора (6) постоянное отставание S (N) полюса ротора относительно полюса N (S) вращающегося поля статора [1], определять амплитуду фазных токов $I_m = \sqrt{2}I$, сдвиг фаз между фазными напряжением и током φ и электромагнитный момент двигателя (7). Строить стационарный режим по заданному моменту менее удобно, поскольку при этом невозможно аналитическое решение системы нелинейных уравнений.

Для простоты пренебрежем активным сопротивлением фазных обмоток статора, то есть примем:

$$r = 0, \quad (8)$$

что тем более допустимо, чем мощнее СД [2].

С учетом симметрии рассмотрим уравнение одной фазы СД, имеющее при условии (8) с учетом (5) следующий вид:

$$-\omega L_\Sigma I_m \sin \omega t = U_m \cos(\omega t + \varphi) - E_m \sin(\omega t - \theta_0)$$

или

$$\omega L_\Sigma I_m \cos(\omega t + \pi/2) + E_m \cos(\omega t + \pi/2 - \theta_0) = U_m \cos(\omega t + \varphi). \quad (9)$$

По выражению (9) легко построить векторную диаграмму, представленную для действующих значений на рис. 1.

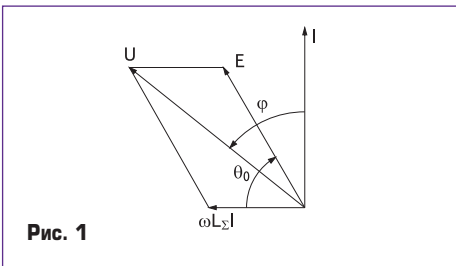


Рис. 1

Из векторной диаграммы или, подставляя в уравнение (9) значения $\omega t = 0$ и $\omega t = -\pi/2$, получаем два уравнения:

$$E_m \sin \theta_0 = U_m \cos \varphi, \text{ или } \cos \varphi = (E_m / U_m) \sin \theta_0, \quad (10)$$

$$\omega L_\Sigma I_m + E_m \cos \theta_0 = U_m \sin \varphi, \quad (11)$$

которые совместно с уравнением (7) образуют систему трех нелинейных уравнений, определяющих параметры стационарного режима СД: θ_0 , φ , I_m , при заданных моменте нагрузки M_n (4), U_m и E_m .

Возводя в квадрат и складывая уравнения (10) и (11), исключаем неизвестную φ и получаем квадратное уравнение относительно I_m :

$$\omega^2 L_\Sigma^2 I_m^2 + 2E_m \cos \theta_0 \omega L_\Sigma I_m + E_m^2 - U_m^2 = 0. \quad (12)$$

Решив квадратное уравнение (12) относительно $\omega L_\Sigma I_m$, получаем

$$(\omega L_\Sigma I_m) / U_m = -\cos \theta_0 \pm \sqrt{1 - a^2 \sin^2 \theta_0}, \quad (13)$$

где $a = E_m / U_m$, $a < 1$ соответствует недо возбуждению СД, $a > 1$ соответствует его перевозбуждению.

Очевидно, что характер стационарного режима существенно зависит от величины a .

Поскольку по смыслу задачи $I_m \geq 0$ не все значения θ_0 могут быть решениями системы нелинейных уравнений (7, 10, 11).

Стационарные режимы перевозбужденного СД

При $a > 1$ из условия положительности подкоренного выражения в формуле (13) получаем

$$a^2 \sin^2 \theta_0 \leq 1 \text{ или } |\sin \theta_0| \leq 1/a. \quad (14)$$

Значения $|\theta_0| \leq \pi/2$ в этом случае недопустимы, поскольку оба значения выражения (13) оказываются отрицательными. Следовательно, для перевозбужденного СД допустимые значения θ_0 лежат для двигательного режима ($\sin \theta_0 > 0$) в пределах:

$$\pi - \theta_m \leq \theta_0 \leq \pi, \quad \theta_m = \arcsin 1/a, \quad (15)$$

а для генераторного режима ($\sin \theta_0 < 0$) в пределах:

$$-\pi \leq \theta_0 \leq -\pi + \theta_m. \quad (16)$$

Заметим, что двигательный режим соответствует отставанию S (N)-полюса ротора от N (S)-полюса поля статора и направлению электромагнитного момента СД в сторону вращения поля статора. Генераторный режим СД соответствует опережению S (N)-полюсом ротора N (S)-полюса вращающегося поля статора и направлению вращающегося момента двигателя в сторону, противоположную направлению вращения поля статора.

Приведенные рассуждения допускают весьма простую геометрическую иллюстрацию с помощью векторных диаграмм, представленных на рис. 2.

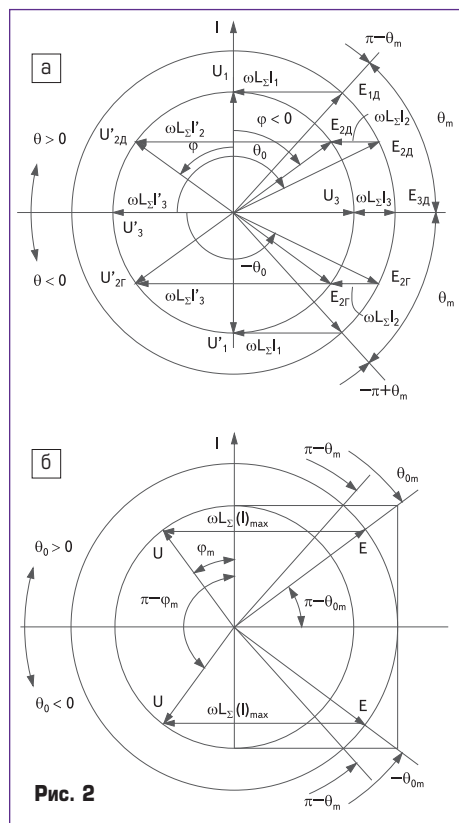


Рис. 2

При изменении θ_0 конец вектора E перемещается по дуге окружности радиуса E , ограниченной углами $\pi - \theta_m$ и $-\pi + \theta_m$. Конец же вектора U перемещается по всей окружности радиуса U . Согласно рис. 2 очевидно наличие двух различных стационарных режимов с одинаковым углом θ_0 . Они различаются значением фазного тока I и знаком одинакового по величине сдвига фаз φ . Для двигательного режима соответствующие векторные диаграммы построены на рис. 2 при $E = E_{2Д}$. Меньшему току $I = I_2$ соответствует вектор напряжения $U = U_{2Д}$, отстающий по фазе от тока. Вектор $U = U_{2Д}'$, соответствующий большему по величине току $I = I_2'$, опережает его по фазе.

Для генераторного режима СД соответствующие векторные диаграммы построены на рис. 2 при $E = E_{2Г}$. Режим работы СД, граничный между двигательным и генераторным, соответствует нулевому вращающему моменту (7), то есть $\theta_0 = 180^\circ$. Векторные диаграммы для граничного случая на рис. 2 построены для $E = E_3$. Очевидно, что режим, соответствующий меньшему значению тока $I = I_3$, опережающему по фазе фазное напряжение $U = U_3$ на 90° , представляет собой известный режим синхронного компенсатора [2]. Однако невозможность регулировать степень перевозбуждения при возбуждении СД постоянными магнитами исключает его практическое применение.

Зависимость амплитуды или действующего значения фазного тока СД от угла θ в установившемся режиме при измерении тока в относительных единицах (13) имеет максимальное ($a + 1$) и минимальное ($a - 1$) значения при $\theta = \pi$, что очевидно из векторной диаграммы рис. 2. Максимальная и минимальная амплитуды тока:

$$(I_m)_{max} = (U_m / \omega L_\Sigma) \times (a + 1), \\ (I_m)_{min} = (U_m / \omega L_\Sigma) \times (a - 1). \quad (17)$$

Подстановка в формулу (13) граничного значения $\theta_0 = \pi - \theta_m$ дает граничное значение I_m :

$$(I_m)_{cp} = (U_m / \omega L_\Sigma) \sqrt{a^2 - 1}, \quad (18)$$

совпадающее со значением, определенным геометрически из векторной диаграммы (рис. 2) при $\theta = \pi - \theta_m$.

Аналогичная зависимость электромагнитного момента от угла θ_0 в стационарном режиме согласно (7) и (13) имеет вид:

$$M / \left(\frac{3}{2} C_e \frac{U_m}{\omega L_\Sigma} \right) = \\ = \left[-a \cos \theta_0 \pm \sqrt{1 - a^2 \sin^2 \theta_0} \right] \sin \theta_0. \quad (19)$$

Обозначив $\sin \theta_0 = x$, с учетом пределов изменения θ_0 можно переписать формулу (19) в виде:

$$M / \left(\frac{3}{2} C_e \frac{U_m}{\omega L_\Sigma} \right) = \\ = \left[a \sqrt{1 - x^2} \pm \sqrt{1 - a^2 x^2} \right] x. \quad (20)$$

Для определения максимального значения момента необходимо исследовать на экстремум функцию

$$y = \left[a\sqrt{1-x^2} + \sqrt{1-a^2x^2} \right] x. \quad (21)$$

В результате анализа получаем точку экстремума:

$$x_m = \sin \theta_{0m} = \frac{1}{\sqrt{1+a^2}}, \theta_{0m} = \pi - \arcsin \left(\frac{1}{\sqrt{1+a^2}} \right), \quad (22)$$

соответствующую максимальному значению

$$y_{max} = \left[a\sqrt{1-\frac{1}{1+a^2}} + \sqrt{1-\frac{a^2}{1+a^2}} \right] \frac{1}{\sqrt{1+a^2}} = 1. \quad (23)$$

Таким образом, из выражений (20–23) следует, что при перевозбуждении СД электромагнитный момент имеет максимальное значение:

$$M_{max} = \frac{3}{2} C_e \frac{U_m}{\omega L_m} = \frac{3}{2} \frac{E_m U_m}{\omega x_L}, x_L = \omega L_\Sigma. \quad (24)$$

Коэффициент мощности (cosφ) и фазный ток I, соответствующие максимальному электромагнитному моменту СД, согласно (10), (22) и (13), имеют значения:

$$\begin{aligned} (\cos \varphi)_m &= a \sin \theta_{0m} = \frac{a}{\sqrt{1+a^2}}, \\ (I_m)_{M_{max}} \frac{\omega L_\Sigma}{U_m} &= \\ &= \left(-a \cos \theta_{0m} + \sqrt{1-a^2 \sin^2 \theta_{0m}} \right) = \\ &= \sqrt{1+a^2}. \end{aligned} \quad (25)$$

Определив потребляемую в этом режиме мощность, с учетом (24) получаем:

$$\begin{aligned} P_m &= \frac{3}{2} U_m (I_m) M_{max} (\cos \varphi)_m = \\ &= \frac{3}{2} U_m \frac{E_m}{\omega L_\Sigma} = \frac{3}{2} M_{max} \omega, \end{aligned}$$

что подтверждает правильность полученных результатов в силу допущений, предполагающих отсутствие потерь в СД. Принятые же допущения оправдывает высокий, близкий к 1, КПД реальных СД.

На рис. 3 построены зависимости M/M_{max} и $I_m/(I_m)_{max}$ от θ при $a = 1,2$ для двигательного режима. Там же по выражению (10) построен график зависимости коэффициента мощности (cosφ) от θ .

Для генераторного (тормозного) режима работы СД на интервале $-\pi < \theta_0 < -\pi + \theta_m$ по отношению к двигательному режиму зависимость $I_m/(I_m)_{max}$ от θ_0 обладает четной симметрией, зависимости же M/M_{max} и cosφ от θ_0 — нечетной симметрией.

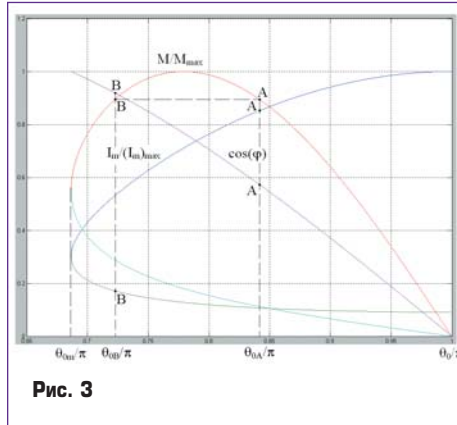


Рис. 3

Очевидно, что максимальная величина тормозного (отрицательного) электромагнитного момента СД также определяется выражением (24), а соответствующие (cosφ)_m и (I_m)_{max} — выражениями (25).

Угол θ_{0m} (22) легко построить графически, как показано на рис. 2а. На том же рис. 2а представлены векторные диаграммы, соответствующие максимальному вращающему и тормозному моменту СД.

Поскольку максимальный момент СД при перевозбуждении ($a > 1$) согласно формуле (24) зависит только от U_m и E_m , можно предположить, что и при недо возбуждении ($a < 1$) и при $a = 1$ максимальный момент СД определяется тем же выражением.

Для доказательства этого, исключив из уравнений (7) и (12) θ_0 , получаем уравнение, связывающее значения амплитуды фазного тока и электромагнитного момента в установившемся режиме:

$$\begin{aligned} (U_m^2 - E_m^2 - x)^2 - 4E_m^2 x + \\ + \frac{16}{9} \omega^2 L_\Sigma^2 E_m^2 M^2 / C_e^2 = 0, x = \omega^2 L_\Sigma^2 I_m^2. \end{aligned} \quad (26)$$

Решив квадратное относительно x уравнение, получаем:

$$x = U_m^2 + E_m^2 \pm 2E_m \sqrt{U_m^2 - \frac{4}{9} \omega^2 L_\Sigma^2 C_e^2 M^2}. \quad (26)$$

Из условия положительности подкоренного выражения в формуле (26) получаем:

$$|M| \leq \frac{3}{2} C_e \frac{U_m}{\omega L_\Sigma} = M_{max}, \quad (27)$$

что и доказывает сформулированное ранее предположение. Из (26) находим амплитуду тока, соответствующую максимальной величине момента:

$$(I_m)_{M_{max}} = \frac{\sqrt{U_m^2 + E_m^2}}{\omega L_\Sigma} = \frac{U_m}{\omega L_\Sigma} \sqrt{1+a^2}, \quad (28)$$

Стационарные режимы недо возбужденного СД

При $a < 1$ выражение (13) имеет положительные значения только при знаке «+» перед корнем и любых значениях θ_0 . Соответствующие векторные диаграммы представлены на рис. 4.

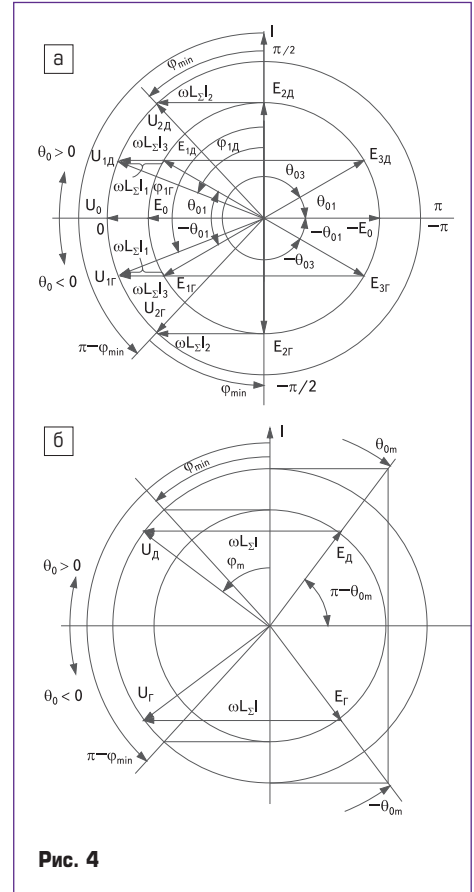


Рис. 4

В двигательном режиме вектор ЭДС E занимает любое положение на дуге полуокружности радиуса E от E₀ при $\theta_0 = 0$, до -E₀ при $\theta_0 = \pi$.

В генераторном режиме вектор ЭДС занимает любое положение на нижней полуокружности радиуса E также от E₀ при $\theta_0 = 0$, до -E₀ при $\theta_0 = -\pi$. Согласно рис. 4 очевидно существование двух разных стационарных режимов при одинаковом фазовом сдвиге между фазными током и напряжением. Например, в двигательном режиме напряжению U_{1ДР} сдвинутому относительно фазного тока на угол φ_{1Д} (рис. 4), соответствуют два значения ЭДС: E_{1Д} при $\theta_0 = \theta_{01}$ и E_{3Д} при $\theta_{03} = \pi - \theta_{01}$ ЭДС E_{1Д} соответствует ток I₁, меньший тока I₃, соответствующего ЭДС E_{3Д}.

Аналогичные векторные диаграммы для генераторного (тормозного) режима работы СД на рис. 4 построены для U_{1ГР}, E_{1ГР}, E_{3ГР}, φ_{1ГР}.

Очевидно, что возможные положения вектора фазного напряжения U при недо возбуждении СД, как и вектора ЭДС E при перевозбуждении СД, ограничены частью окружности соответствующего радиуса (рис. 2 и 4). При недо возбуж-

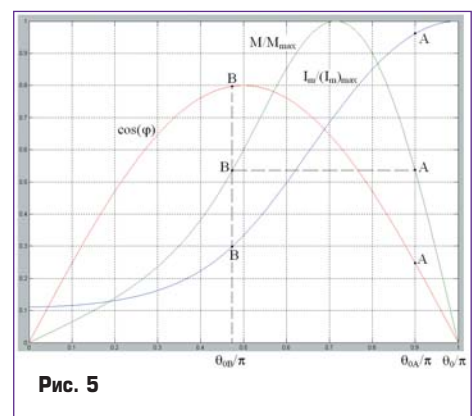


Рис. 5

дении СД положение вектора фазного напряжения ограничено точками окружности радиуса U , соответствующими фазовому сдвигу:

$$\varphi_{\min} < \varphi < \pi - \varphi_{\min}$$

где $\varphi_{\min} = \arccos(E_m/U_m) = \arccos(a)$ — минимальный фазовый сдвиг, соответствующий наибольшему коэффициенту мощности в двигательном режиме:

$$(\cos\varphi)_{\max} = \cos\varphi_{\min} = \frac{E_m}{U_m} = a.$$

Используя выражение (13) при знаке «+» перед квадратным корнем

$$\frac{\omega L_{\Sigma} I_m}{U_m} = -a \cos \theta_0 + \sqrt{1 - a^2 \sin^2 \theta_0}, \quad (29)$$

получаем выражение для электромагнитного момента недовозбужденного СД:

$$\frac{M}{\left(\frac{3}{2} C_e \frac{U_m}{\omega L_{\Sigma}}\right)} = \left[-a \cos \theta_0 + \sqrt{1 - a^2 \sin^2 \theta_0} \right] \sin \theta_0, \quad (30)$$

совпадающее с формулой (19) при сохранении только «+» перед корнем.

Анализ выражения (29) позволяет определить максимальную и минимальную амплитуды фазного тока, соответствующие $\theta_0 = \pi$ и $\theta_0 = 0$,

$$\begin{aligned} (I_m)_{\max} &= \frac{U_{\max}}{\omega L_{\Sigma}} (1+a); \\ (I_m)_{\min} &= \frac{U_{\max}}{\omega L_{\Sigma}} (1-a), \end{aligned} \quad (31)$$

что можно получить и непосредственно из рис. 4.

С учетом изложенного максимальное значение электромагнитного момента определяется формулой (24). Следовательно, формула (30) дает значения относительной величины момента M/M_{\max} .

Принимая во внимание первое из выражений (31), получаем:

$$\frac{I_m}{(I_m)_{\max}} = \frac{\left[-a \cos \theta_0 + \sqrt{1 - a^2 \sin^2 \theta_0} \right]}{1+a}. \quad (32)$$

Угол θ_{0m} , соответствующий максимальному вращающему моменту СД при его недовозбуждении, легко построить графически, как показано на рис. 4а. Там же приведены векторные диаграммы для максимального вращающегося и тормозного моментов.

Для двигательного режима недовозбужденного СД на рис. 5 построены графики зависимостей M/M_{\max} , $I_m/(I_m)_{\max}$ и $\cos\varphi$ от θ_0 при $a=0,8$.

Максимум M/M_{\max} достигает согласно (22) при

$$\theta_0 = \theta_{0m} = \pi - \arcsin(1/\sqrt{1+a^2}) = \pi - \arcsin(1/\sqrt{1,64}) \approx \pi - 0,896, (180^\circ - 51,3^\circ),$$

а при $\theta = \pi/2$ из формулы (28) получаем:

$$\begin{aligned} M/M_{\max} &= \sqrt{(1-a^2)} = \\ &= \sqrt{(1-0,8^2)} = 0,6 < 1. \end{aligned}$$

В генераторном (тормозном) режиме аналогичные зависимости обладают указанной симметрией относительно зависимостей, построенных для двигательного режима.

Стационарные режимы СД в граничном случае

Рассмотрим случай, граничный между перевозбуждением и недовозбуждением СД, соответствующий

$$a = E_m/U_m = 1.$$

Переходя в выражениях (30) и (32) к пределу при $a \rightarrow 1-0$, получаем:

$$\begin{aligned} \frac{I_m}{(I_m)_{\max}} &= \frac{(-\cos \theta_0 + |\cos \theta_0|)}{2} = \\ &= \begin{cases} 0, & 0 < |\theta_0| < \pi/2, \\ -\cos \theta_0, & \pi/2 < |\theta_0| < \pi, \end{cases} \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} \frac{M}{M_{\max}} &= (-\cos \theta_0 + |\cos \theta_0|) \sin \theta_0 = \\ &= \begin{cases} 0, & 0 < |\theta_0| < \pi/2, \\ -\sin 2\theta_0, & \pi/2 < |\theta_0| < \pi. \end{cases} \end{aligned} \quad (34)$$

Из выражения (10) при $0 < |\theta| < \pi/2$ получаем:

$$\theta_0 + \varphi = \pi/2. \quad (35)$$

Согласно векторной диаграмме, представленной на рис. 1, фазное напряжение и ЭДС совпадают по фазе, что согласно первым трем уравнениям системы (1) соответствует в стационарном режиме отсутствию фазных токов. При $I = 0$ теряет смысл определение угла θ_0 , поскольку поле статора отсутствует. Физический режим с нулевыми фазными токами может существовать при равенстве фазного напряжения и ЭДС вращения по амплитуде и фазе, причем их начальная фаза может быть любой.

Эти рассуждения, основанные на физике процесса, объясняют математический результат, получаемый формальным переходом к пределу при $a \rightarrow 1+0$ в двучленных выражениях для тока (13) и момента (19) перевозбужденного СД. Одно значение, соответствующее «+» перед квадратным корнем, совпадает с выражением (33) и (34) при $\pi/2 < |\theta_0| < \pi$. Другое значение соответствует нулевому току и моменту при тех же $\pi/2 < |\theta_0| < \pi$.

Векторные диаграммы для граничного режима представлены на рис. 6.

В этом случае концы векторов U и E располагаются на одной и той же окружности. В двигательном режиме векторы E занимают верхнюю правую четверть окружности, а векторы U — левую, а в генераторном — правую и левую нижние четверти окружности (рис. 6).

Зависимости M/M_{\max} , $I_m/(I_m)_{\max}$ и $\cos\varphi$ от θ_0 для двигательного режима, построенные

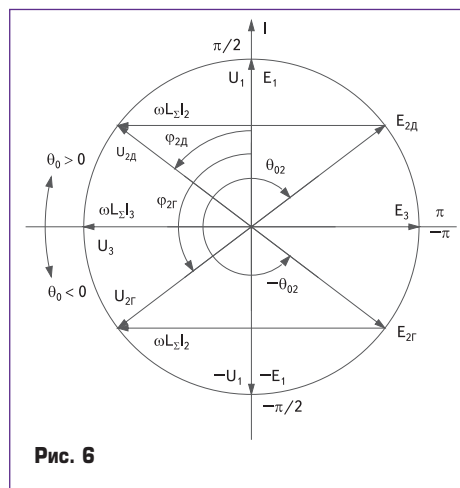


Рис. 6

по формулам (33), (34) и (10), изображены на рис. 7. Для генераторного режима аналогичные зависимости обладают указанной симметрией относительно зависимостей, построенных на рис. 7.

Устойчивость стационарных режимов

Как уже отмечалось, построенные стационарные режимы можно наблюдать реально только в случае их устойчивости, простой или асимптотической. В противном случае любые, даже весьма малые отклонения от установившегося режима вызовут его срыв. Не останавливаясь на строгих математических формулировках, устойчивый стационарный режим можно сравнить с устойчивым нижним положением равновесия физического маятника (качелей), а неустойчивый — с неустойчивым верхним положением его равновесия. Асимптотически устойчивыми называют стационарные режимы, отклонения от которых с течением времени полностью затухают. Поэтому такие стационарные режимы называют установившимися.

Согласно рис. 3 и 5 ясно, что одному моменту нагрузки соответствуют два стационарных режима (точки А и В на кривой $M/M_{\max}(\theta_0)$).

С помощью простейших рассуждений можно показать, что стационарные режимы, соответствующие точке А, лежащей на падающем участке кривой, неустойчивы. Действительно, положим, что в результате кратковременного увеличения M_n ротор СД немного уменьшил скорость, а отставание поля ротора от поля статора немного увеличилось: $\theta_0 > \theta_{0A}$. В результате электромагнитный момент СД ста-

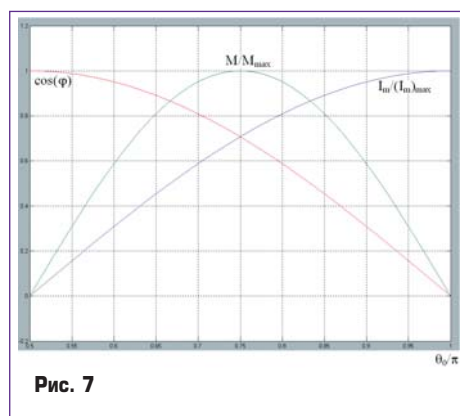


Рис. 7

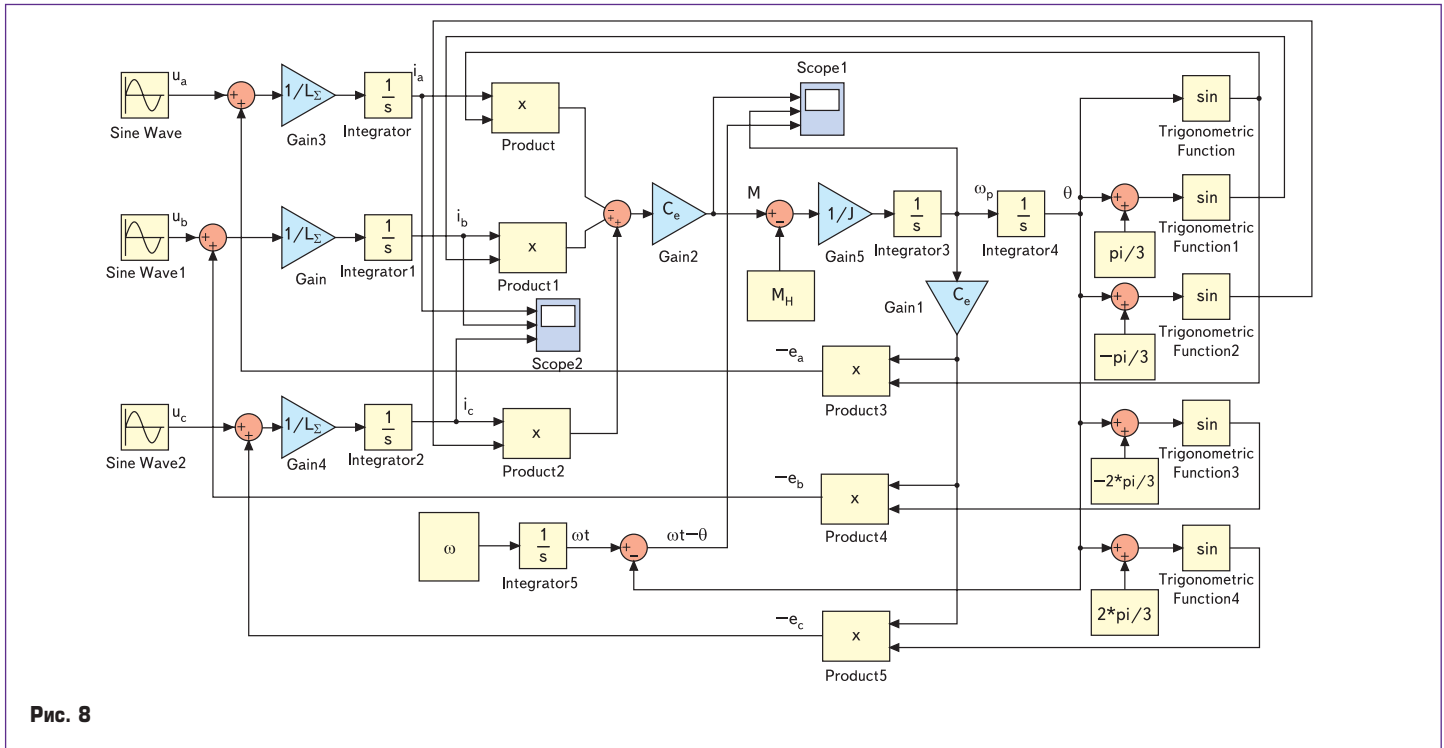


Рис. 8

нет меньше момента нагрузки ($M < M_H$), и, следовательно, скорость ротора будет продолжать уменьшаться, отставание поля ротора от поля статора θ_0 — увеличиваться, а электромагнитный момент — уменьшаться. Это приведет к нарушению стационарного режима.

Если же кратковременное уменьшение момента нагрузки вызовет увеличение скорости ротора и уменьшение отставания поля ротора от поля статора, то процесс ухода из стационарного режима развивается в противоположном направлении.

В случае, когда стационарный режим СД соответствует точке В, находящейся на возрастающем участке кривой $M/M_{max}(\theta_0)$, пренебрегая электромагнитной инерцией, можно считать, что отклонение θ_0 от стационарного значения θ_0 вызывает изменение электромагнитного момента, определяемого кривой $M(\theta_0)$. В результате появляется разность моментов $M - M_H$, направленная, как и при отклонении маятника из нижнего положения равновесия, противоположно отклонению. Это позволяет ожидать, что отклонения от стационарного режи-

ма В будут затухать или, по крайней мере, не будут возрастать с течением времени.

Разумеется, приведенные рассуждения являются далеко не строгими, хотя бы потому, что никак не учитывают электромагнитные процессы. Получить правильную картину процессов в СД можно только количественными методами, решая его дифференциальные уравнения. Характер же устойчивости стационарных режимов правильно можно оценить только с помощью методов математической теории устойчивости [3].

Согласно системе дифференциальных уравнений (1, 2, 3) СД представляет собой нелинейную нестационарную динамическую систему. Аналитическое исследование устойчивости ее движений (различных режимов СД) весьма сложно. Поэтому далее приведены результаты исследования построенных стационарных режимов СД, выполненные методом математического моделирования в системе MATLAB 6.5, Simulink 5.

На рис. 8 представлена математическая модель СД, построенная по уравнениям (1, 2, 3).

С ее помощью проведено исследование устойчивости стационарных режимов СД при следующих значениях параметров:

$$U_m = 340 \text{ В}, \omega = 2\pi \times 108 \text{ 1/с} (f = 108 \text{ Гц}),$$

$$L_\Sigma = 1,76 \times 10^{-3} \text{ Гн}, r = 0,$$

$$C_e = aU_m/\omega = a \times 340/(2\pi \times 108) \text{ Вс},$$

$$J = 2 \text{ кгм}^2.$$

Исследование устойчивости стационарных режимов перевозбужденного СД ($a = E_m/U_m = 1,2$) проводилось при $M = M_H = 236,1$ Нм. Этому электромагнитному моменту соответствуют два значения угла отставания поля ротора от поля статора: $\theta_{0A} = 5\pi/6$ и $\theta_{0B} = 0,729\pi$. На графиках M/M_{max} , $I_m/(I_m)_{max}$ и $\cos\varphi$, представленных на рис. 3, точки, соответствующие исследуемым режимам, отмечены буквами А и В.

Для приведения модели в установившийся режим А значение I_{mA} вычисляется по формуле (13) при знаке «+» перед квадратным корнем. Начальное значение i_a устанавливается равным I_m с максимальной точностью (16 значащих десятичных цифр). Для токов i_b и i_c с такой

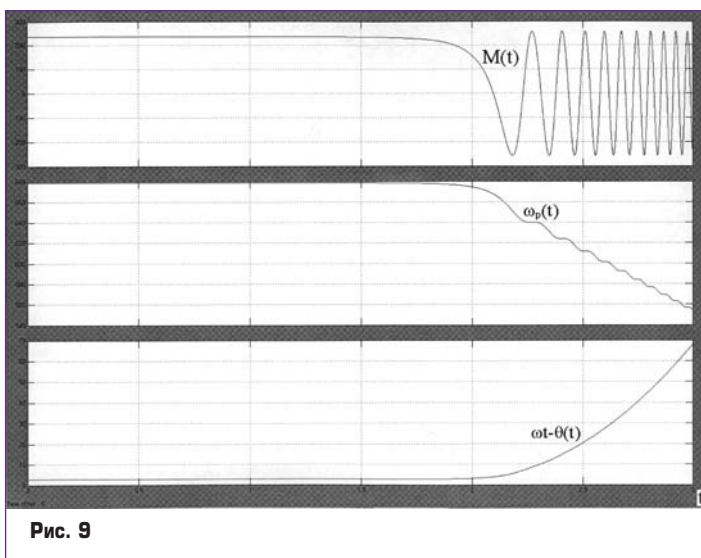


Рис. 9

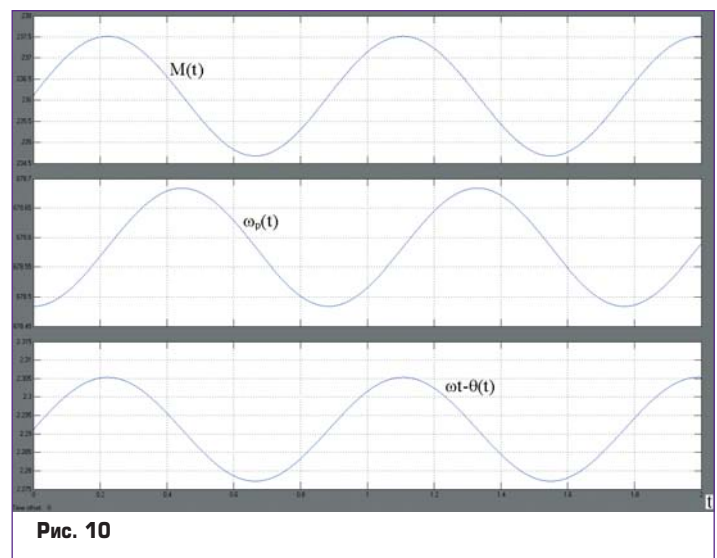


Рис. 10

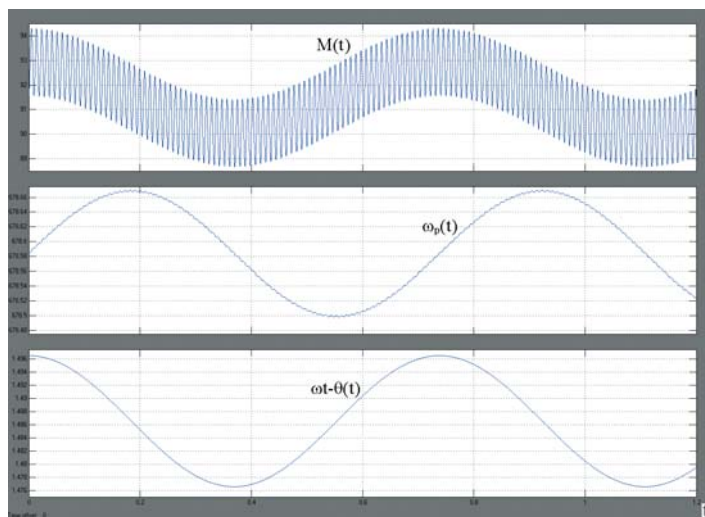


Рис. 11

же точно устанавливаются начальные значения $I_m \cos(-2\pi/3) = -I_m/2$ и $I_m \cos 2\pi/3 = -I_m/2$, что соответствует направлению поля статора вдоль оси обмотки фазы a . Вычислив значение $\varphi = \arccos(asin\theta_0) = \arccos(0,6)$, в генератор синусоидального напряжения фазы a вводим начальную фазу $\pi/2 + \arccos(0,6)$. В генераторы фазных напряжений u_b и u_c введены дополнительно сдвиги $-2\pi/3$ и $2\pi/3$ соответственно. Начальное значение скорости ротора установлено равным $\omega_p = 2\pi 108$ рад/с, а начальное значение угла поворота ротора $-\theta_0 = -5\pi/6$. Моделирование выполнялось методом ode15s с максимальным шагом $1e-5$.

По результатам моделирования, представленным на рис. 9 в виде кривых $M(t)$, $\omega_p(t) = d\theta/dt(t)$ и $\omega t - \theta(t)$, очевидна неустойчивость стационарного режима, соответствующего точке А на рис. 3. Медленное уменьшение M в течение первых 1,5 с не вызывает заметного увеличения отклонений от стационарного режима. В дальнейшем же происходит лавинообразный рост отклонений, и СД выпадает из синхронизма. Согласно теории это означает, что стационарный режим А статически неустойчив. Нарушение статически неустойчивого стационарного режима СД происходит вследствие возмущений, всегда присутствующих в реальных условиях. При цифровом моделировании роль возмущений играют округления при вычислениях, неизбежные из-за ограничения разрядной сетки, вызывающие отклонение начального состояния СД от соответствующей точки стационарного режима.

При аналогичном моделировании стационарного режима, соответствующего точке В, наблюдались незатухающие колебания очень малой амплитуды, вызванные отклонением начального состояния СД от соответствующей точки стационарного режима. Их лавинообразное нарастание не регистрировалось. При установке начального отклонения скорости ротора от соответствующей стационарному режиму синхронной скорости $\omega: \Delta\omega_p = \omega - \omega_p = 0,1$ рад/с наблюдаются незатухающие, практически синусоидальные колебания отклонений от стационарного режима, представленные на рис. 10. По данным рис. 10 определены период колебаний $T = 0,883$ с и частота

$\Omega = 2\pi/T = 7,12$ рад/с (1,13 Гц). Огибающие амплитуд фазных токов колеблются при этом с той же частотой и фазой, совпадающей с фазой колебаний $M(t)$.

Длительное наблюдение колебаний ограничено объемом памяти ЭВМ. Поэтому сделать вывод о поведении их при $t \rightarrow \infty$ не удастся. Поскольку изменение амплитуды колебаний незаметно, можно предположить, что стационарный режим, соответствующий точке В, просто устойчив, а не асимптотически [3].

При увеличении начальных отклонений форма колебаний искажается. Вначале становится заметнее отклонения формы колебаний $M(t)$ от синусоидальных, а затем уже $\omega_p(t)$ и $\omega t - \theta(t)$ — поскольку колебания $\omega_p(t)$ получают однократным, а колебания $\omega t - \theta(t)$ — двукратным интегрированием колебаний $M(t)$.

Искажение синусоидальной формы колебаний от стационарного режима при их увеличении — это следствие нелинейности дифференциальных уравнений СД. Еще более ярким проявлением этой нелинейности, определяющей свойства СД, является выпадение его из синхронизма при достаточно больших отклонениях от стационарного режима, что легко наблюдать при моделировании.

Характер стационарных режимов при недовозбуждении СД ($a = E_m/U_m = 0,8$) исследовался при $M = M_n = 91,5$ Нм. Стационарные режимы, соответствующие этому электромагнитному моменту, наблюдаются при $\theta_{0A} = 0,9\pi$ и $\theta_{0B} = 0,473\pi = 1,486$ рад. На рис. 5 значения M/M_{max} , $I_m/(I_m)_{max}$ и $\cos\varphi$, соответствующие этим стационарным режимам, отмечены буквами А и В.

Стационарный режим, соответствующий θ_{0A} , также неустойчив, как и в случае перевозбужденного СД, а соответствующий θ_{0B} — устойчив, но не асимптотически, как и в случае перевозбуждения.

На рис. 11 представлены колебания отклонений от стационарного режима, вызванные увеличением θ_{0B} на 0,01 рад. Согласно данным рис. 11 ясно, что при отклонении θ_{0B} становятся заметны две составляющие колебаний отклонений: высокочастотная, имеющая частоту питающего напряжения $f = 108$ Гц ($\omega = 216\pi$ рад/с) и низкочастотная. С помощью данных рис. 11 легко

определить период низкочастотных колебаний ($T = 0,764$ с) и их частоту $\Omega = 2\pi/T = 8,54$ рад/с (1,34 Гц). Поскольку в колебаниях $\omega t - \theta(t)$ высокочастотная составляющая практически отсутствует из-за двукратного их сглаживания интегрированием, период низкочастотной составляющей следует определять по кривой $\omega t - \theta$ (рис. 11).

Огибающие амплитуд фазных токов колеблются с низкой частотой Ω без заметного фазового сдвига, причем по фазе они совпадают с низкочастотной составляющей колебаний $M(t)$. Следует отметить, что фазные токи в этом случае имеют небольшие постоянные составляющие, в сумме равные 0. Объяснить это можно консервативным характером системы, то есть отсутствием активного сопротивления, вызывающего рассеяние энергии.

Следует подчеркнуть, что полученные результаты справедливы в рамках принятых допущений. В реальных условиях всегда имеется демпфирующий (успокаивающий колебания) вращающий момент. Его вызывают потери в СД на вихревые токи, гистерезис, вязкое трение. Такой же момент присутствует и в нагрузке СД. Однако эти факторы не столь существенны, поскольку для повышения КПД привода их стремятся минимизировать. Поэтому можно считать, что полученные результаты отражают основные свойства рассматриваемого типа СД.

Выводы

1. Стационарные режимы СД существенно зависят от степени его возбуждения. Зависимость стационарного электромагнитного момента от угла сдвига поля ротора относительно поля статора при недовозбуждении однозначна, а при перевозбуждении при одном угле возможны два значения момента.
2. Одному моменту нагрузки соответствуют два стационарных режима СД. При недовозбуждении один из них соответствует точке на возрастающей ветви зависимости электромагнитного момента от угла сдвига полей ротора и статора, а другой — точке на спадающей ветви этой зависимости. При перевозбуждении СД возможно, что оба стационарных режима соответствуют падающим ветвям зависимости момента от угла сдвига полей.
3. Стационарные режимы СД, соответствующие точкам возрастающей ветви зависимости электромагнитного момента от угла сдвига магнитных полей статора и ротора, устойчивы, а режимы, соответствующие точкам падающей ветви, неустойчивы. Стационарные режимы перевозбужденного СД при малых моментах нагрузки неустойчивы.

Литература

1. Коршунов А. И. Упрощенная математическая модель синхронного двигателя с возбуждением постоянными магнитами // Силовая электроника. 2008. № 2.
2. Костенко М. П., Пиотровский Л. М. Электрические машины. Часть вторая. Машины переменного тока. Л.: Энергия, 1973.
3. Понтрягин Л. С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1965.