

# Получение передаточной функции и частотных характеристик

## противопомехового фильтра преобразователя напряжения

**В статье приводится упрощенная методика получения в символьном виде передаточной функции противопомехового фильтра (ППФ), подключаемого на вход преобразователя напряжения и предназначенного для обеспечения требований по его электромагнитной совместимости (ЭМС) с питающей сетью. Подобные фильтры имеют довольно сложную схему, состоящую из пяти и более реактивных элементов, что вызывает определенные трудности при анализе дифференциальных уравнений токов и напряжений в цепи высокого порядка. Сложности вычислений возникают на этапе составления уравнений цепи и нарастают при получении передаточной функции и построении частотных характеристик. Для упрощения анализа при сохранении требуемой точности и обеспечении корректности математических моделей фильтра предлагается автоматизировать процесс вычисления путем применения таких программных продуктов, как MATLAB и MAPLE.**

**Владимир Худяков,  
д. т. н.  
Василий Хабuzов,  
к. т. н.  
Александр Васильев**

kaf21@aanet.ru

Противопомеховые фильтры строятся на базе магнитно-связанных катушек индуктивности, которые соединяются последовательно и либо согласное, либо встречно друг с другом (рис. 1а, б соответственно, где точками показаны начала катушек) [1]. Предположим, по обеим катушкам протекает один и тот же ток, и они объединены в единую систему. Общий магнитный поток (потокосцепление) у первой катушки с учетом влияния второй катушки составляет

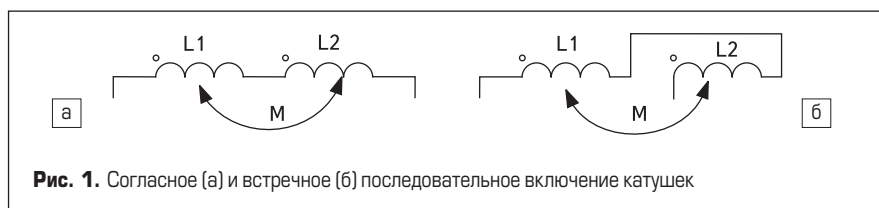
$$\Phi_1 = \Phi_{11} \pm \Phi_{12},$$

а у второй

$$\Phi_2 = \Phi_{22} \pm \Phi_{21},$$

где первая составляющая потока  $\Phi_{11}$  ( $\Phi_{22}$ ) вызвана протеканием тока в первой (второй) катушке и пронизывает все витки первой (второй) катушки; вторая составляющая  $\Phi_{12}$  ( $\Phi_{21}$ ) — полный поток (потокосцепление) взаимной индукции первой (второй) катушки, который вызван протеканием тока во второй (первой) катушке и пронизывает все витки первой (второй) катушки. Знак (+) отражает согласное, а знак (–) — встречное соединение катушек. Общая индуктивность всей системы из последовательно соединенных катушек составляет

$$L = L_1 + L_2 \pm 2M,$$



где  $L_1$  и  $L_2$  — индуктивности первой и второй катушек соответственно;  $M$  — взаимная индуктивность системы, равная отношению полного потока взаимной индукции к связанному с ним току.

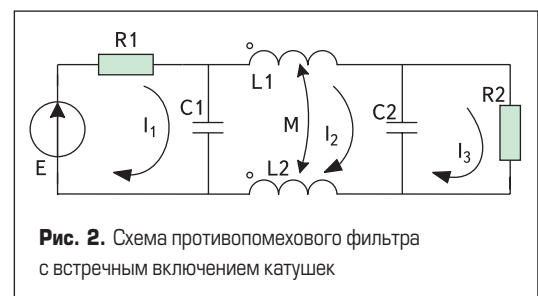
При этом взаимное влияние обеих катушек оценивают с помощью коэффициента связи  $k_c$ . Значение коэффициента связи не превышает 1, то есть  $0 < k_c < 1$ , и определяется как

$$k_c = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}},$$

и соответственно взаимная индуктивность

$$M = k_c \sqrt{L_1 L_2}.$$

Включим в ППФ кроме магнитно-связанных катушек два конденсатора: первый  $C_1$  на вход анализируемой системы катушек и второй  $C_2$  — на ее выход. Источник напряжения  $E$  подключен к фильтру через резистор  $R_1$  с относительно малым сопротивлением для ограничения тока заряда конденсатора  $C_1$  при запуске. К выходу ППФ подсоединена нагрузка  $R_2$ . Эквивалентная схема замещения ППФ представлена цепью пятого порядка (по числу реактивных элементов) и включает три контура с токами  $I_1$ ,  $I_2$  и  $I_3$  (рис. 2).



Получение передаточной функции в символьном виде для такой цепи является довольно сложной задачей. Чтобы упростить для пользователя процесс решения этой задачи, целесообразно использовать пакет MAPLE, дающий возможность:

- решать системы дифференциальных, алгебраических и тригонометрических уравнений в символьном или численном видах;
- выполнять символьные и численные операции с матрицами;
- осуществлять символьное прямое и обратное преобразования Лапласа.

Кроме того, для быстрого и эффективного решения задач частотного анализа и исследования динамических свойств устройств можно дополнительно применить систему MATLAB, базирующуюся на матрично-векторных вычислениях и имеющую возможность обмена данными с программой MAPLE. Для демонстрации совместного использования обеих программ выполним анализ схемы замещения ППФ, в котором катушки включены последовательно и встречно.

В начале выберем систему координат — базис узловых потенциалов или базис контурных токов. В работе [2] рекомендуется для анализа цепей с индуктивными связями выбрать второй базис координат. Для этого базиса принимается такой порядок действий:

- выбрать  $n$  независимых связанных контуров и задать направления положительных токов в каждом из них;
- построить квадратную матрицу  $n \times n$  для анализируемой цепи;
- составить вектор задающих источников, действующих в контурах;
- решить матричные уравнения цепи;
- получить передаточную функцию.

Квадратная матрица сопротивлений цепи строится по следующим правилам [2]:

- записать на главной диагонали матрицы суммы операторных сопротивлений всех пассивных двухполюсников, образующих контур, причем элемент  $Z_{kk}$  определяется в виде суммы операторных сопротивлений  $k$ -го контура;
- включить в качестве остальных элементов матрицы взаимные операторные сопротивления контуров, в которых  $Z_{ki}$  представляет собой сопротивление двухполюсника, общего для контуров с номерами  $k$  и  $i$ ;
- определить знаки взаимных сопротивлений, причем знак (+) ставится в случае одинакового направления токов контуров  $k$  и  $i$ , а знак (-) — при их противоположном направлении.

В строку вектора задающих источников можно вместо значений  $E_k$  записать 1. Тогда изображение реакции совпадет с выражением передаточной функции по току между источником и рассматриваемым контуром. Для нахождения передаточной функции по напряжению следует умножить передаточную функцию по току на операторное сопротивление двухполюсника, выбранного в качестве выхода (нагрузки) цепи.

Все перечисленные действия, связанные с получением и обработкой матрицы, выполняем в программе MAPLE. Первое действие со-

$$A := \begin{bmatrix} R1 + \frac{1}{SC1} & -\frac{1}{SC1} & 0 \\ -\frac{1}{SC1} & \frac{1}{SC1} + \frac{1}{SC2} + S(L1 + L2) - 2SM & -\frac{1}{SC2} \\ 0 & -\frac{1}{SC2} & R2 + \frac{1}{SC2} \end{bmatrix}$$

стоит в построении матрицы размером  $3 \times 3$  для анализируемой цепи (рис. 2). В главной диагонали расположены три суммарных операторных сопротивления контуров, а остальные элементы состоят из сопротивлений, общих для двух соседних контуров. Все элементы выше и ниже главной диагонали берутся со знаком «-». Оператор ввода матрицы (все операторы ввода в дальнейшем показаны красным цветом) имеет вид:

```
> A:=matrix(3,3,[R1+1/(S*C1),-1/(S*C1),0,-1/(S*C1),1/(S*C1)+1/(S*C2)+S*(L1+L2)-2*S*M,-1/(S*C2),0,-1/(S*C2),R2+1/(S*C2)]);
```

Сама матрица **A**, полученная после выполнения указанного оператора и записанная в память компьютера, приведена в верхней части страницы. Все результаты выполнения операторов ввода имеют синий цвет. Переменная  $S$  представляет собой комплексную частоту, используемую в преобразовании Лапласа. Полученное выражение для матрицы **A** содержит только символы и до момента использования передаточная функция не требует введения их численных значений.

Для выполнения операций с матрицами в программе MAPLE необходимо подключить подпрограмму линейной алгебры, что осуществляется оператором ввода. Откликом на указанный оператор является сообщение о переопределении идентификаторов и снятии защиты с них и с пути, указанного в этой подпрограмме,

```
> with(linalg);
the protected names norm and trace have been redefined
and unprotected
```

Для введения вектора **B** задающих возмущений применяется оператор, в котором напряжению  $E$  (источник в первом контуре) присваивается значение 1, а именно:

```
> B:=vector(3,[1,0,0]);
B:=[1,0,0]
```

Выполнение последующего оператора

```
> AI:=inverse(A);
```

позволяет найти матрицу **AI**, обратную (инверсную) по отношению к **A**, которая содержит громоздкие математические выражения для ее элементов и поэтому в тексте настоящей статьи не приводится.

Для нахождения символьных выражений для контурных токов в операторном виде следует использовать произведение инверсной матрицы **AI** и вектора-строки с задающими возмущениями **B**

```
> IS:=multiply(AI,B);
```

Матрица **IS** в полном объеме в тексте не приводится, а показано только операторное выражение тока в третьем контуре:

```
I3:= (1)/(R1SR2C2+R1+R1SC1R2+R1S^3C1C2L1R2+R1S^2C1L1+R1S^3C1C2L2R2+R1S^2C1L2-2R1S^3C1MC2R2-2R1S^2C1M+R2+S^2C2L1R2+SL1+S^2C2L2R2+SL2-2S^2MC2R2-2SM)
```

Передаточная функция ППФ вычисляется с помощью оператора

```
> W3:=R2*I3;
```

После его выполнения достигается требуемый результат — выражение передаточной функции ППФ в символьном виде:

```
W3:= R2/(R1SR2C2+R1+R1SC1R2+R1S^3C1C2L1R2+R1S^2C1L1+R1S^3C1C2L2R2+R1S^2C1L2-2R1S^3C1MC2R2-2R1S^2C1M+R2+S^2C2L1R2+SL1+S^2C2L2R2+SL2-2S^2MC2R2-2SM)
```

В результате перекодировки получено это же выражение, пригодное для анализа в системе MATLAB.

```
>W3=R2/(R1*S^3*R2*C2+R1+R1*S*C1*R2+R1*S^3*C1*C2*L1*R2+R1*S^2*C1*L1+R1*S^3*C1*C2*L2*R2+R1*S^2*C1*L2-2*R1*S^3*C1*M*C2*R2-2*R1*S^2*C1*M+R2+S^2*C2*L1*R2+S^2*C2*L2*R2+S*L1+S^2*C2*L2*R2+S*L2-2*S^2*M*C2*R2-2*S*M);
```

Для применения в MATLAB передаточной функции необходимо численное определение всех коэффициентов при комплексной переменной  $S$  с одинаковым показателем степени.

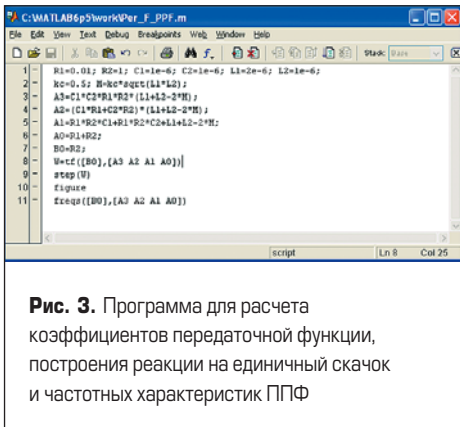
Основная особенность полученной передаточной функции заключается в том, что ее характеристическое уравнение (знаменатель) имеет третий порядок вместо ожидаемого пятого. Сокращение порядка связано с тем, что во втором контуре схемы замещения включены три индуктивности, которые программой MAPLE сведены к одному параметру  $L = L1+L2-2M$ . В числителе содержится только сопротивление нагрузки  $R2$ . Коэффициенты передаточной функции, приведенной выше, определяются по следующим формулам:

```
A3=C1*C2*R1*R2*(L1+L2-2*M);
A2=(C1*R1+C2*R2)*(L1+L2-2*M);
A1=R1*R2*C1+R1*R2*C2+L1+L2-2*M;
A0=R1+R2;
B0=R2.
```

Ее символьное обобщенное выражение имеет вид:

$$W(S) = \frac{B_0}{A_3 S^3 + A_2 S^2 + A_1 S + A_0}$$

По полученному выражению с учетом конкретных значений параметров элементов цепи в системе MATLAB относительно просто находится реакция ППФ на единичный скачок входного напряжения, и строятся частотные характеристики системы. Для этого в окне отладчика, в соответствии с рекомендациями [3], составляется программа, сохраняемая под име-



**Рис. 3.** Программа для расчета коэффициентов передаточной функции, построения реакции на единичный скачок и частотных характеристик ППФ

нем **Per\_F\_PPF** (рис. 3). Вначале вводятся исходные данные для расчета коэффициентов — значения параметров элементов анализируемой цепи (пример условный):

$$R1=0,01 \text{ Ом}; R2=1 \text{ Ом}; C1=1e-6 \text{ Ф}; C2=1e-6 \text{ Ф}; L1=2e-6 \text{ Гн}; L2=1e-6 \text{ Гн}.$$

Величина коэффициента связи задана  $k_s = 0,5$  для определения взаимной индуктивности катушек по формуле  $M = k_s \cdot \sqrt{L1 \cdot L2}$ , где функция  $\sqrt{\phantom{x}}$  — извлечение квадратного корня.

С помощью команды

```
W=tf([B0],[A3 A2 A1 A0])
```

создается передаточная функция ППФ в численном виде. Другие команды

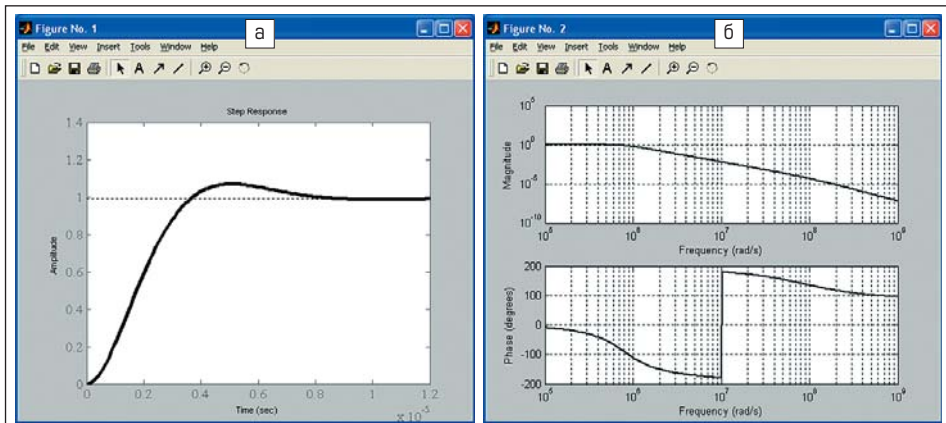
```
step(W)
figure
freqs([B0],[A3 A2 A1 A0])
```

позволяют получить реакцию на единичный скачок, а также АЧХ и ФЧХ фильтра на двух отдельных рисунках, вызываемых в программе командой `figure` (рис. 3 и 4). Следует заметить, что указанные в перечисленных командах коэффициенты  $B0, A3, A2, A1, A0$  необходимо задавать в численном виде.

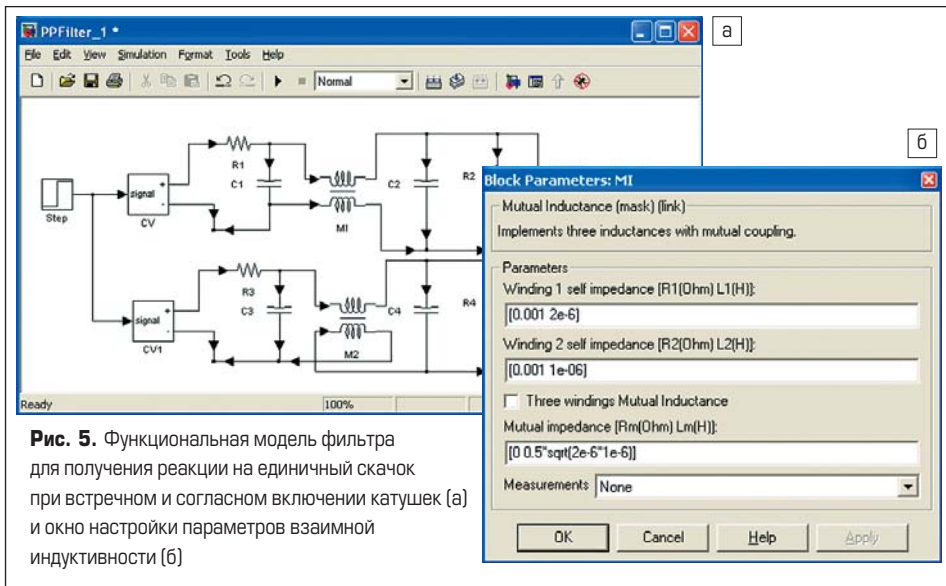
В рассматриваемом случае после запуска программы в командном окне выводится выражение для передаточной функции (Transfer function) с численными значениями коэффициентов, а именно:

```
>>
Transfer function:
1
-----
1.586e-020 s^3 + 1.602e-012 s^2 + 1.606e-006 s + 1.01
```

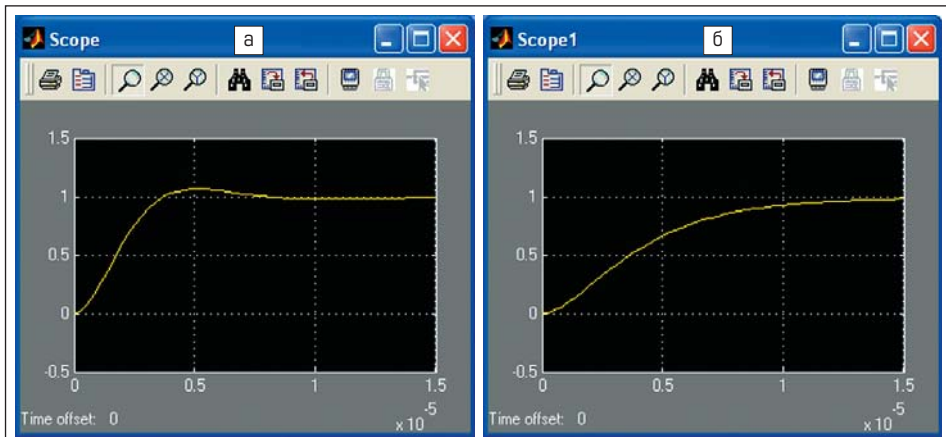
Реакция на ступенчатое воздействие представляет собой кривую с переуправлением 6,5% при длительности переходного процесса до 8 мкс (рис. 4а). Амплитудная и фазовая частотные характеристики (рис. 4б) показывают, что до частоты  $10^6$  рад/с коэффициент передачи ППФ составляет 1, а при частоте выше  $10^8$  он снижается в  $10^5$  раз. Специфика графика ФЧХ состоит в том, что он строится программой по частям. После  $-180^\circ$  график для удобства построения (меньше занимает места по вертикали) изменяется скачком. Поскольку итоговый фазовый сдвиг системы третьего порядка достигает  $-270^\circ$ , то после указанного скачка он определяется как  $\varphi = -180^\circ - \varphi_2$ , где



**Рис. 4.** Расчетная реакция на единичный скачок (а) и частотные характеристики (б) ППФ



**Рис. 5.** Функциональная модель фильтра для получения реакции на единичный скачок при встречном и согласном включении катушек (а) и окно настройки параметров взаимной индуктивности (б)



**Рис. 6.** Реакция на единичный скачок при встречном (а) и согласном (б) включении катушек, полученная из функциональной модели

$\varphi_2$  — значение фазового сдвига со знаком (+) после полученного скачка.

Теперь следует проверить правильность получения передаточной функции ППФ на функциональной SPS-модели. Для этого построена модель **PPFilter\_1**, состоящая из двух каналов: в первом катушки соединены встречно, во втором — согласно (рис. 5а). Правила построения таких моделей изложены в нашем журнале в цикле статей с общим названием «Школа MATLAB» (№ 1–4'2005, 1'2006). Настройка модели заключается в установке параметров элементов. Резистивные и емкостные элементы

имеют те же параметры, что указаны выше при расчете передаточной функции. Для магнитно-связанных катушек значения  $L1, L2$  и  $k_s$  приведены в окнах настройки, которые одинаковы для обоих каналов (рис. 5б). Тип соединения катушек показан прямо на функциональной модели, что видно из направления стрелок. При этом знак у взаимной индуктивности учитывается автоматически в программе, описывающей построенную функциональную модель.

После запуска модели и ее расчета получены осциллограммы (рис. 6), отражающие реакцию ППФ на единичный скачок входного напряже-

ния. На первой показана реакция в случае встречного соединения катушек (рис. 6а), а на второй — согласного (рис. 6б). Для случая встречного включения катушек проведены уточняющие измерения, показавшие, что численные значения перерегулирования и длительности переходного процесса выходного напряжения практически полностью совпадают с теми же значениями из символического метода расчета (рис. 4а и 6а). При согласном соединении катушек процесс становится апериодическим и более затянутым.

Таким образом, проведенные расчеты и моделирование показали следующее:

- построение эквивалентной схемы замещения фильтра с применением базиса контур-

ных токов создает основу для символического анализа процессов;

- за счет построения матрицы сопротивлений с последующим преобразованием и решением матричных уравнений в операторной форме определяются контурные токи и передаточная функция в символическом виде;
- при переходе от программы символических вычислений MAPLE к системе матричных вычислений MATLAB появляется возможность численного расчета переходной характеристики, а также АЧХ и ФЧХ фильтра;
- использование функциональной модели ППФ подтверждает удовлетворительную сходимость результатов символических вычис-

лений с результатами функционального моделирования.

### Литература

1. Зернов В. Н., Карпов В. Г. Теория радиотехнических цепей. Л.: Энергия. 1972.
2. Кошелев П. А., Парамонов С. В., Пшенкин С. Н. Моделирование электронных устройств в символических и матричных математических вычислительных средах // Exponenta PRO. Математика в приложениях. 2004. № 3–4.
3. Худяков В. Школа MATLAB. Урок 5. Анализ динамических свойств устройств силовой электроники в частотной области // Силавая электроника. 2006. № 1.

## Компания National Semiconductor представляет полумостовой ШИМ-контроллер с самым высоким в промышленности уровнем интеграции

LM5035 интегрирует драйвер (100 В, 2 А) полумоста первичной стороны и полнофункциональный ШИМ-контроллер для максимизации к.п.д. преобразования и плотности рассеиваемой мощности.

Компания National Semiconductor представила контроллер широтно-импульсной модуляции полумостового преобразователя (100 В), который характеризуется наивысшим уровнем интеграции и позволяет минимизировать общие размеры полумостовых преобразователей постоянного напряжения.

LM5035 является последним представителем семейства LM5000 и интегрирует ШИМ-контроллер вольтажного режима с драйверами затвора верхнего и нижнего уровней (макс. ток 2 А) и двумя программируемыми драйверами синхронных выпрямителей на вторичной стороне. Программируемое управление выпрямляющими ключами позволяет разработчикам добиться требуемой им временной диаграммы и тем самым оптимизировать общий к.п.д. преобразования.

К областям применения LM5035 относятся полумостовые источники питания в телекоммуникационных и промышленных системах, где плотность рассеиваемой мощности и к.п.д. преобразования играют ключевую роль.

«Большинство конкурирующих решений контроллеров полумостовых преобразователей требуют применения внешнего драйвера полумоста, что увеличивает габариты и вводит погрешности во временную диаграмму вследствие задержек распространения», — сказал Пауль Гринленд, директор по стратегическому маркетингу группы преобразователей питания компании National Semiconductor. — LM5035 объединяет в одном кристалле ядро драйвера затвора LM5100А и ШИМ-контроллер LM5025. В результате получено решение с лидирующим значением плотности рассеиваемой мощности для применения в высококомпактных модулях питания».

<http://www.rtcs.ru>

## Интегральный модуль для мощных применений Semicron

Компания Semikron International, известная своими уникальными разработками в области проектирования силовых модулей, и STMicroelectronics (STM), один из мировых лидеров рынка полупроводников, начали совместный проект, целью которого является разработка интегрального модуля для промышленных и автомобильных применений на основе новейших силовых кристаллов ST и малогабаритного корпуса Semikron серии SEMITOP®. Компании намерены предложить рынку совместную разработку, отличающуюся высокой надежностью и экономической эффективностью, что позволит расширить сферу применений продукции обеих фирм и привлечь новых покупателей.

Объединение опыта и знаний STM и Semikron открывает новые возможности на традиционном рынке силовых модулей, использующих как традиционные технологии IGBT и MOSFET, так и собственную разработку ST-ESBT® (Emitter-Switched Bipolar Transistor), сочетающую лучшие свойства биполярных и MOSFET-структур и позволяющую создавать ключи с высоким рабочим напряжением и высокой рабочей частотой.

Особенности технологии SEMITOP® дают возможность объединять в одном корпусе различные компоненты, такие как IGBT, диоды, выпрямительные мосты. Высокая степень интеграции позволяет снизить количество дискретных элементов и уменьшить занимаемое ими место, обеспечивая при этом хорошие электрические характеристики и высокие показатели надежности. Использование передовых технологий и материалов, включая DBC (Direct Bond Copper), керамические подложки и заливку силиконовым телом, обеспечивает отличные тепловые параметры, а также высокую стойкость к термостратификации и механическим воздействиям.

Новые интегральные модули ST-Semikron ориентированы в первую очередь на наиболее быстро растущие рынки сварочного оборудования, ИБП, приводов и импульсных источников питания. Серийное производство модулей должно начаться во 2 квартале 2006 года. STM и Semikron собираются продвигать новые компоненты независимо в качестве двух поставщиков.

[www.compel.ru](http://www.compel.ru)